

Planche 2 – Variables aléatoires et loi binomiale

Terminale Techno • Chapitre 6 • 30 exercices

Cliquer sur [Correction] pour accéder directement au corrigé.

I Loi de probabilité – approfondissement

Exercice 31 – Deux dés – loi symétrique [Correction]

On lance deux dés équilibrés et on note $X = |D_1 - D_2|$ (valeur absolue de la différence).

- 1) Déterminer la loi de X .
- 2) Calculer $E(X)$.
- 3) Ce jeu est-il équitable si on gagne $X€$ à chaque partie ?

Exercice 32 – Variable aléatoire – jeu de cartes [Correction]

On tire une carte dans un jeu de 52. Gain X : As $\rightarrow +10€$, Figure $\rightarrow +2€$, Autre $\rightarrow -1€$.

- 1) Dresser la loi de X . Vérifier $\sum p_i = 1$.
- 2) Calculer $E(X)$.
- 3) Ce jeu est-il favorable au joueur ?

Exercice 33 – Loi uniforme [Correction]

X prend les valeurs 1, 2, 3, 4, 5, 6 avec égale probabilité.

- 1) Dresser la loi de X .
- 2) Calculer $E(X)$.
- 3) Interpréter sur un dé équilibré.

Exercice 34 – Espérance et gain nul [Correction]

Un jeu : gain $+a€$ avec $p = 0,4$ et gain $-3€$ avec $p = 0,6$. Déterminer a pour que le jeu soit équitable.

Exercice 35 – Vrai ou faux ? [Correction]

X est une variable aléatoire telle que $E(X) = 2$. Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

- 1) $P(X = 2) > 0$
- 2) X prend nécessairement la valeur 2.
- 3) Pour tout k , $P(X = k) \leq \frac{E(X)}{k}$ si $k > 0$.

II Schéma de Bernoulli – reconnaître

Exercice 36 – Reconnaître Bernoulli [Correction]

Pour chaque expérience, dire si c'est un schéma de Bernoulli. Justifier.

- a) On lance 8 fois un dé. Succès = obtenir 6.
- b) On tire 5 cartes **sans** remise. Succès = as.
- c) On tire 10 fois **avec** remise. Succès = rouge.
- d) On choisit 6 élèves au hasard dans une classe de 30. Succès = fille.

Exercice 37 – Identifier n , p , X [Correction]

- a) Dé lancé 10 fois. X = nombre de 6.
- b) Urne 4 rouges, 6 bleues. 7 tirages avec remise. X = nb rouges.
- c) Médecin traite 15 patients, taux de guérison 80%. X = nb guérisons.

Exercice 38 – Arbre de Bernoulli – $n = 2$ [Correction]

Pièce truquée : $P(\text{face}) = \frac{2}{3}$. On la lance 2 fois. X = nombre de faces.

- 1) Construire l'arbre de probabilités.
- 2) Calculer $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$.
- 3) Vérifier $\sum P(X = k) = 1$ et calculer $E(X)$.

Exercice 39 – Urne – schéma de Bernoulli [Correction]

Urne : 3 rouges, 6 blanches. On tire 2 fois avec remise. X = nombre de rouges.

- 1) Identifier la loi de X .
- 2) Calculer les coefficients $\binom{2}{0}$, $\binom{2}{1}$, $\binom{2}{2}$.
- 3) En déduire la loi de X .
- 4) Calculer $E(X)$ de deux façons.

III Loi binomiale – calculs directs

Exercice 40 – $B(6, \frac{1}{3})$ [Correction]

$$X \sim B\left(6, \frac{1}{3}\right).$$

- 1) Calculer $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$.
- 2) Calculer $P(X = 6)$.
- 3) Calculer $E(X)$.

Exercice 41 – $B(5, 0,4)$ – valeurs particulières [Correction]

$$X \sim B(5, 0,4).$$

- 1) Calculer $P(X = 0)$ et $P(X = 5)$.
- 2) Calculer $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$.
- 3) Calculer $E(X)$ et $P(X = 2)$.

Exercice 42 – Reconnaître et calculer [Correction]

On lance un dé 5 fois. Succès = obtenir un nombre ≥ 5 .
 X = nombre de succès.

- 1) Loi de X .
- 2) Calculer $P(X = 2)$ et $P(X \geq 3)$.
- 3) Calculer $E(X)$.

Exercice 43 – $B(n, p)$ – retrouver les paramètres [Correction]

$X \sim B(n, p)$ et on sait que $E(X) = 6$ et $n = 10$.

- 1) Déterminer p .
- 2) Calculer $P(X = 6)$.
- 3) Calculer $P(X \leq 4)$.

Exercice 44 – Diagramme en bâtons – $B(5, \frac{1}{5})$ [Correction]

$$Y \sim B\left(5, \frac{1}{5}\right).$$

- 1) Dresser le tableau complet de la loi de Y .
- 2) Vérifier que la somme des probabilités vaut 1.
- 3) Tracer le diagramme en bâtons.
- 4) Calculer $E(Y)$.

IV Calculatrice – probabilités cumulées

Exercice 45 – $B(15, 0,4)$ à la calculatrice [Correction]

$$X \sim B(15, 0,4).$$

- 1) Calculer $P(X \leq 6)$, $P(X \geq 7)$, $P(X = 6)$.
- 2) Calculer $E(X)$.

Exercice 46 – Intervalle de probabilité [Correction]

$$X \sim B(20, 0,5).$$

- 1) Calculer $P(8 \leq X \leq 12)$.
- 2) Calculer $P(X = 10)$.
- 3) Calculer $E(X)$.

Exercice 47 – Calculer avec le complément [Correction]

$$X \sim B(12, 0,3).$$

- 1) Calculer $P(X \leq 3)$.
- 2) Calculer $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4)$.
- 3) Calculer $P(2 \leq X \leq 7)$.

Problèmes

Exercice 48 – Jeu de l'urne – arbre [Correction]

Urne : 6 blanches, 4 rouges. Jeu : 3 tirages avec remise. 3 rouges \rightarrow +100 €; 2 rouges exactement \rightarrow +15 €; autres \rightarrow 0 €. Prix de participation : 10 €.

- 1) Reproduire et compléter l'arbre pondéré.
- 2) Dresser la loi de X (gain brut).
- 3) Calculer $E(X)$. Ce jeu est-il favorable au joueur ?

Exercice 49 – Cyclistes – air mauvais [Correction]

30% des cyclistes d'un club s'équipent quand l'air est mauvais. On choisit 4 cyclistes. X = nb qui s'équipent.

- 1) Loi de X et paramètres.
- 2) $P(X = 2)$.

- 3) $P(X \geq 1)$.
- 4) $P(X \leq 2)$.

Exercice 50 – Maternité – 3 enfants [Correction]

À la naissance, $P(\text{filles}) = 0,51$. On choisit 3 naissances indépendantes. X = nb de filles.

- 1) Loi de X et paramètres.
- 2) Dresser la loi de probabilité de X .
- 3) $E(X)$. Interpréter.

Exercice 51 – Feux piétons – retard [Correction]

Même situation qu'exercice 12 ($X \sim B(3, \frac{1}{4})$). Le piéton arrive en retard s'il rencontre au moins 2 feux rouges.

- 1) Écrire l'événement "arriver en retard" en fonction de X .
- 2) Calculer la probabilité d'arriver en retard.

Exercice 52 – Contrôle qualité – seuil [Correction]

5% des pièces sont défectueuses. On prélève n pièces. On veut que $P(\text{aucune défectueuse}) \leq 0,05$.

- 1) Exprimer $P(X = 0)$ en fonction de n .
- 2) Résoudre $(0,95)^n \leq 0,05$.
- 3) Conclure.

Exercice 53 – Assurance [Correction]

2% des assurés d'une compagnie déclarent un sinistre par an. Un agent gère 200 clients. X = nb de sinistres.

- 1) Loi de X et $E(X)$.
- 2) $P(X = 0)$.
- 3) $P(X \leq 5)$.
- 4) $P(X \geq 10)$.

Exercice 54 – Joueur de basketball [Correction]

Un joueur réussit 65% de ses lancers-francs. Il effectue 10 lancers. $X = \text{nb réussis}$.

- 1) $E(X)$.
- 2) $P(X \geq 8)$.
- 3) $P(5 \leq X \leq 8)$.

Exercice 55 – Probabilité seuil – médicament [Correction]

Un médicament a 70% d'efficacité. On traite n patients. On veut $P(\text{au moins un guéri}) \geq 0,999$.

- 1) Exprimer $P(\text{aucun guéri})$ en fonction de n .
- 2) Résoudre $(0,3)^n \leq 0,001$.
- 3) Quel est le plus petit n convenable ?

VI Problèmes de synthèse

Exercice 56 – Synthèse – $B(8, 0,25)$ [Correction]

$X \sim B(8, 0,25)$.

- 1) $P(X = 3)$ avec la formule.
- 2) $P(X \leq 4)$ à la calculatrice.
- 3) $E(X)$.

Exercice 57 – Problème ouvert – profit [Correction]

Un jeu : on tire une carte dans un jeu de 52. Roi $\rightarrow +10$ €, Dame $\rightarrow +5$ €, Valet $\rightarrow +2$ €, Autre $\rightarrow -1$ €.

- 1) Dresser la loi de X .
- 2) Calculer $E(X)$.
- 3) Quel prix de participation rend le jeu équitable ?

Exercice 58 – $B(20, 0,3)$ – seuil [Correction]

$X \sim B(20, 0,3)$.

- 1) Calculer $E(X)$.
- 2) Calculer $P(X = 6)$.

- 3) Trouver le plus petit entier k tel que $P(X \leq k) \geq 0,9$.

Exercice 59 – Dé truqué [Correction]

Un dé truqué : $P(6) = \frac{1}{3}$, les autres faces équiprobables. On lance ce dé 9 fois. $X = \text{nombre de 6}$.

- 1) Loi de X .
- 2) $P(X = 3)$.
- 3) $P(X \geq 4)$.
- 4) $E(X)$.

Exercice 60 – Problème – épidémie [Correction]

Dans une école, 15% des élèves sont malades pendant une épidémie. On choisit 30 élèves. $X = \text{nb de malades}$.

- 1) Loi de X et $E(X)$.
- 2) $P(X = 0)$.
- 3) $P(X \leq 3)$.
- 4) $P(X \geq 8)$.

Rappels : $E(X) = \sum x_i P(X = x_i)$ $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ $E(X) = np$ pour $B(n, p)$ $P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k-1)$ $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

CORRIGÉ – PLANCHE 2 – CH.6

Terminale Techno • 30 exercices

Correction 31 – Deux dés – valeur absolue [Énoncé]

$$P(X = 0) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}; P(X = 1) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}; P(X = 2) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}; P(X = 3) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}; P(X = 4) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}; P(X = 5) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}.$$

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{6} + 1 \times \frac{10}{36} + 2 \times \frac{8}{36} + 3 \times \frac{6}{36} + 4 \times \frac{4}{36} + 5 \times \frac{2}{36} = \frac{0+10+16+18+16+10}{36} = \frac{70}{36} = \frac{35}{18} \approx 1,94 \text{ €}.$$

Le jeu n'est pas équitable ($E(X) \neq 0$).

Correction 32 – Jeu de 52 cartes [Énoncé]

$$P(X = 10) = \frac{4}{52}, P(X = 2) = \frac{12}{52}, P(X = -1) = \frac{36}{52}. \text{ Somme} = \frac{52}{52} = 1 \text{ ☐}.$$

$$E(X) = 10 \times \frac{4}{52} + 2 \times \frac{12}{52} + (-1) \times \frac{36}{52} = \frac{40+24-36}{52} = \frac{28}{52} = \frac{7}{13} \approx \text{☐}0,54 \text{ €}.$$

Favorable au joueur.

Correction 33 – Loi uniforme [Énoncé]

$$P(X = k) = \frac{1}{6} \text{ pour } k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

$$E(X) = \frac{1}{6}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = \frac{21}{6} = \text{☐}3,5.$$

Sur un dé équilibré, le résultat moyen attendu est 3,5.

Correction 34 – Espérance nulle [Énoncé]

$$E(X) = 0 \Rightarrow a \times 0,4 + (-3) \times 0,6 = 0 \Rightarrow 0,4a = 1,8 \Rightarrow \text{☐}a = 4,5 \text{ €}.$$

Correction 35 – Vrai ou faux [Énoncé]

1. **Faux.** Contre-exemple : $P(X = 1) = 0,5$ et $P(X = 3) = 0,5$ donne $E(X) = 2$ mais $P(X = 2) = 0$.

2. **Faux.** Même contre-exemple.

3. **Vrai.** $E(X) = \sum x_i p_i \geq k P(X = k)$ si X est positive, donc $P(X = k) \leq \frac{E(X)}{k}$ (inégalité de Markov).

Correction 36 – Reconnaître Bernoulli [Énoncé]

- a) **OUI** : $n = 8, p = \frac{1}{6}$, épreuves identiques et indépendantes.
- b) **NON** : sans remise, p change à chaque tirage.
- c) **OUI** : avec remise, p constant.
- d) **NON** : sans remise dans classe finie, épreuves non identiques.

Correction 37 – Identifier paramètres [Énoncé]

- a) $n = 10, p = \frac{1}{6}, X \sim B(10, \frac{1}{6})$.
- b) $n = 7, p = \frac{4}{10} = 0,4, X \sim B(7, 0,4)$.
- c) $n = 15, p = 0,8, X \sim B(15, 0,8)$.

Correction 38 – Arbre $n = 2$ [Énoncé]

$$p = \frac{2}{3}, q = \frac{1}{3}.$$

$$P(X = 0) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$P(X = 1) = 2 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9}.$$

$$P(X = 2) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

$$\text{Somme} = \frac{1+4+4}{9} = 1 \text{ ☐}.$$

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{9} + 1 \times \frac{4}{9} + 2 \times \frac{4}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \approx 1,33. \text{ Vérif. :}$$

$$E(X) = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \text{ ☐}.$$

Correction 39 – Urne – loi binomiale [Énoncé]

- 1. $X \sim B(2, \frac{1}{3})$: $n = 2, p = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.
- 2. $\binom{2}{0} = 1, \binom{2}{1} = 2, \binom{2}{2} = 1$.

$$3. P(X = 0) = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^0 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}. P(X = 1) = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}.$$

$$P(X = 2) = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$4. \text{ Par tableau : } E(X) = \frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}. \text{ Par formule : } E(X) = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ ☐}.$$

Correction 40 – $B(6, \frac{1}{3})$ [Énoncé]

$$P(X = 0) = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{64}{729} \approx 0,088.$$

$$P(X = 1) = 6 \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = 6 \times \frac{32}{729} = \frac{192}{729} \approx 0,263.$$

$$P(X = 2) = \binom{6}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 15 \times \frac{16}{729} = \frac{240}{729} \approx 0,329.$$

$$P(X = 6) = \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{729} \approx 0,001.$$

$$E(X) = 6 \times \frac{1}{3} = \text{☐}2.$$

Correction 41 – $B(5, 0,4)$ [Énoncé]

$$P(X = 0) = (0,6)^5 = 0,07776.$$

$$P(X = 5) = (0,4)^5 = 0,01024.$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,07776 = \text{☐}0,922.$$

$$E(X) = 5 \times 0,4 = \text{☐}2.$$

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} (0,4)^2 (0,6)^3 = 10 \times 0,16 \times 0,216 = \text{☐}0,346.$$

Correction 42 – Dé ≥ 5 [Énoncé]

$$\text{Succès} = \{5, 6\}, p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, X \sim B(5, \frac{1}{3}).$$

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 10 \times \frac{8}{243} = \frac{80}{243} \approx \text{☐}0,329.$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2). P(X = 0) = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243},$$

$$P(X = 1) = 5 \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{80}{243}. P(X \leq 2) = \frac{32+80+80}{243} = \frac{192}{243},$$

$$P(X \geq 3) = \frac{51}{243} \approx \text{☐}0,210.$$

$$E(X) = 5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \approx \boxed{1,67}.$$

Correction 43 – Retrouver les paramètres [Énoncé]

- $E(X) = np \Rightarrow 6 = 10p \Rightarrow p = \boxed{0,6}$.
- $P(X = 6) = \binom{10}{6}(0,6)^6(0,4)^4 = 210 \times 0,04666 \times 0,0256 \approx \boxed{0,251}$.
- $P(X \leq 4) = 1 - P(X \geq 5) \approx \boxed{0,166}$ (calculatrice).

Correction 44 – Diagramme $B(5, \frac{1}{5})$ [Énoncé]

$$P(Y = 0) = \frac{1024}{3125}, P(Y = 1) = \frac{256}{625}, P(Y = 2) = \frac{128}{625},$$

$$P(Y = 3) = \frac{32}{625}, P(Y = 4) = \frac{4}{625}, P(Y = 5) = \frac{1}{3125}.$$

$$\text{Somme} = \frac{1024+1280+640+160+20+1}{3125} = \frac{3125}{3125} = 1 \checkmark.$$

$$E(Y) = 5 \times \frac{1}{5} = \boxed{1}.$$

Correction 45 – $B(15, 0,4)$ [Énoncé]

$$P(X \leq 6) \approx \boxed{0,610}$$
 (calculatrice).

$$P(X \geq 7) = 1 - 0,610 = \boxed{0,390}.$$

$$P(X = 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 5) \approx 0,610 - 0,403 = \boxed{0,207}.$$

$$E(X) = 15 \times 0,4 = \boxed{6}.$$

Correction 46 – $B(20, 0,5)$ [Énoncé]

$$P(8 \leq X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 7) \approx 0,868 - 0,132 = \boxed{0,736}.$$

$$P(X = 10) \approx \boxed{0,176}.$$

$$E(X) = 20 \times 0,5 = \boxed{10}.$$

Correction 47 – $B(12, 0,3)$ [Énoncé]

$$P(X \leq 3) \approx \boxed{0,493}.$$

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) \approx 1 - 0,724 = \boxed{0,276}.$$

$$P(2 \leq X \leq 7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 1) \approx 0,991 - 0,085 = \boxed{0,906}.$$

Correction 48 – Jeu de l'urne [Énoncé]

$$p = P(\text{rouge}) = 0,4, X \sim B(3, 0,4).$$

$$P(X = 3) = (0,4)^3 = \boxed{0,064}, P(X = 2) = 3(0,4)^2(0,6) = \boxed{0,288}.$$

$$P(X = 0 \text{ ou } 1) = 1 - 0,064 - 0,288 = \boxed{0,648}.$$

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| x_i | 0 | 15 | 100 |
| P | 0,648 | 0,288 | 0,064 |

$$E(X) = 0(0,648) + 15(0,288) + 100(0,064) = 4,32 + 6,4 = 10,72 \text{ €}.$$

$$E(X) = 10,72 > 10 : \text{favorable au joueur.}$$

Correction 49 – Cyclistes [Énoncé]

$$X \sim B(4, 0,3), q = 0,7.$$

$$P(X = 2) = \binom{4}{2}(0,3)^2(0,7)^2 = 6 \times 0,09 \times 0,49 = \boxed{0,265}.$$

$$P(X \geq 1) = 1 - (0,7)^4 = 1 - 0,2401 = \boxed{0,760}.$$

$$P(X \leq 2) = (0,7)^4 + 4(0,3)(0,7)^3 + 0,265 = 0,2401 + 0,4116 + 0,265 = \boxed{0,916}.$$

Correction 50 – Maternité – 3 enfants [Énoncé]

$$X \sim B(3, 0,51), q = 0,49.$$

$$P(X = 0) = (0,49)^3 \approx 0,1176. P(X = 1) = 3(0,51)(0,49)^2 \approx 0,3674.$$

$$P(X = 2) = 3(0,51)^2(0,49) \approx 0,3823. P(X = 3) = (0,51)^3 \approx 0,1327. \text{Somme} \approx 1 \checkmark.$$

$$E(X) = 3 \times 0,51 = \boxed{1,53}.$$
 En moyenne, 1,53 fille parmi 3 enfants.

Correction 51 – Retard [Énoncé]

“Arriver en retard” = rencontrer au moins 2 feux rouges = au plus 1 feu vert = $\{X \leq 1\}$.

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{27}{64} + \frac{27}{64} = \frac{54}{64} = \frac{27}{32} \approx \boxed{0,844}.$$

Correction 52 – Seuil – contrôle qualité [Énoncé]

- $P(X = 0) = (0,95)^n$.
- $(0,95)^n \leq 0,05 \Rightarrow n \ln(0,95) \leq \ln(0,05) \Rightarrow n \geq \frac{\ln(0,05)}{\ln(0,95)} = \frac{-2,996}{-0,0513} \approx 58,4.$

3. Il faut prélever au moins $n = 59$ pièces.

Correction 53 – Assurance [Énoncé]

$$X \sim B(200, 0,02).$$

$$E(X) = 200 \times 0,02 = \boxed{4}.$$

$$P(X = 0) = (0,98)^{200} \approx \boxed{0,017}.$$

$$P(X \leq 5) \approx \boxed{0,785}$$
 (calculatrice).

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) \approx 1 - 0,990 = \boxed{0,010}.$$

Correction 54 – Basketball [Énoncé]

$$X \sim B(10, 0,65).$$

$$E(X) = 10 \times 0,65 = \boxed{6,5}.$$

$$P(X \geq 8) = P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10) \approx 0,276 + 0,173 + 0,013 = \boxed{0,262}$$
 (par la formule ou calculatrice).

$$P(5 \leq X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4) \approx 0,939 - 0,045 = \boxed{0,894}.$$

Correction 55 – Seuil – médicament [Énoncé]

- $P(\text{aucun guéri}) = (0,3)^n$.
- $(0,3)^n \leq 0,001 \Rightarrow n \ln(0,3) \leq \ln(0,001) \Rightarrow n \geq \frac{\ln(0,001)}{\ln(0,3)} = \frac{-6,908}{-1,204} \approx 5,74.$
- Le plus petit entier est $n = 6$.

Correction 56 – $B(8, 0,25)$ [Énoncé]

- $P(X = 3) = \binom{8}{3}(0,25)^3(0,75)^5 = 56 \times 0,015625 \times 0,23730 \approx \boxed{0,208}.$
- $P(X \leq 4) \approx \boxed{0,973}$ (calculatrice).
- $E(X) = 8 \times 0,25 = \boxed{2}.$

Correction 57 – Jeu – profit [Énoncé]

$$P(X = 10) = \frac{4}{52}, P(X = 5) = \frac{4}{52}, P(X = 2) = \frac{4}{52},$$

$$P(X = -1) = \frac{40}{52}. \text{Somme} = 1 \checkmark.$$

$$E(X) = \frac{10+5+2-40}{52} = \frac{-23}{52} \approx -0,44 \text{ €}.$$

Pour que le jeu soit équitable, le prix de participation doit être $-E(X) \approx \boxed{0,44}$ €.

Correction 58 – $B(20, 0,3)$ – seuil [Énoncé]

$$E(X) = 20 \times 0,3 = \boxed{6}.$$

$$P(X = 6) = \binom{20}{6} (0,3)^6 (0,7)^{14} = 38760 \times (0,3)^6 \times (0,7)^{14} \approx \boxed{0,192}.$$

Chercher k tel que $P(X \leq k) \geq 0,9$: $P(X \leq 8) \approx 0,887$,

$$P(X \leq 9) \approx 0,952. \text{ Donc } \boxed{k = 9}.$$

Correction 59 – Dé truqué [Énoncé]

$$P(6) = \frac{1}{3}, \text{ autres faces : } P = \frac{1-1/3}{5} = \frac{2}{15} \text{ chacune. } X \sim B\left(9, \frac{1}{3}\right).$$

$$P(X = 3) = \binom{9}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^6 = 84 \times \frac{64}{19683} = \frac{5376}{19683} \approx \boxed{0,273}.$$

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) \approx 1 - 0,473 = \boxed{0,527}.$$

$$E(X) = 9 \times \frac{1}{3} = \boxed{3}.$$

Correction 60 – Épidémie [Énoncé]

$$X \sim B(30, 0,15).$$

$$E(X) = 30 \times 0,15 = \boxed{4,5}.$$

$$P(X = 0) = (0,85)^{30} \approx \boxed{0,008}.$$

$$P(X \leq 3) \approx \boxed{0,297} \text{ (calculatrice).}$$

$$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) \approx 1 - 0,819 = \boxed{0,181}.$$