

Devoir Surveillé Blanc n°2 – Chapitre 6

Terminale Techno • Loi binomiale • Problèmes

1 h • Calculatrice autorisée • /20

Consignes : Toutes les réponses doivent être **justifiées**. [Correction] accède directement au corrigé.

Exercice 1 – Feux piétons (5 pts) [Correction]

Un piéton rencontre 3 feux piétons indépendants. Chaque feu est rouge 45 s puis vert 15 s. $p = P(\text{vert}) = \frac{1}{4}$.
 X = nombre de feux verts rencontrés.

- Loi de X .
- Dresser la loi de probabilité de X .
- $E(X)$ et interprétation.
- Probabilité d'arriver en retard (au moins 2 feux rouges).

Exercice 2 – $Y \sim B(5, \frac{1}{5})$ (5 pts) [Correction] $Y \sim B(5, \frac{1}{5})$.

- Calculer $P(Y = 0)$, $P(Y = 5)$, $P(Y = 3)$.
- Calculer $P(Y \geq 2)$ par complémentaire.
- $E(Y)$ de deux façons.

Exercice 3 – Cyclistes (5 pts) [Correction]

30% des cyclistes s'équipent quand l'air est mauvais. On choisit 4 cyclistes. X = nb qui s'équipent.

- Loi de X .
- $P(X = 2)$, $P(X \geq 1)$, $P(X \leq 2)$.

Exercice 4 – Retrouver p (5 pts) [Correction] $X \sim B(3, p)$ et $P(X = 3) = 0,125$.

- Montrer que $p^3 = 0,125$.
- Déterminer p .
- Calculer $P(X \leq 2)$.

Barème : Ex. 1 : 5 pts Ex. 2 : 5 pts Ex. 3 : 5 pts Ex. 4 : 5 pts /20

CORRIGÉ – DS BLANC N°2 – CHAPITRE 6

[Énoncé] revient à l'exercice

Correction 1 – Feux piétons (5 pts) [Énoncé]

a) $X \sim B(3, \frac{1}{4})$.

b) $q = \frac{3}{4}$. $P(X = 0) = \frac{27}{64}$, $P(X = 1) = 3 \times \frac{1}{4} \times \frac{9}{16} = \frac{27}{64}$, $P(X = 2) = 3 \times \frac{1}{16} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$, $P(X = 3) = \frac{1}{64}$. Somme = $\frac{64}{64} = 1$ ☒.

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

c) $E(X) = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$. En moyenne, 0,75 feu vert sur 3 feux (soit environ 1).

d) Retard \Leftrightarrow au moins 2 rouges $\Leftrightarrow X \leq 1$. $P(X \leq 1) = \frac{27}{64} + \frac{27}{64} = \frac{54}{64} = \frac{27}{32} \approx \boxed{0,844}$.

Correction 2 – $Y \sim B(5, \frac{1}{5})$ (5 pts) [Énoncé]

a) $P(Y = 0) = (\frac{4}{5})^5 = \frac{1024}{3125}$. $P(Y = 5) = (\frac{1}{5})^5 = \frac{1}{3125}$. $P(Y = 3) = 10 (\frac{1}{5})^3 (\frac{4}{5})^2 = \frac{160}{3125} = \frac{32}{625}$.

b) $P(Y = 1) = 5 \times \frac{1}{5} \times (\frac{4}{5})^4 = \frac{1280}{3125}$. $P(Y \geq 2) = 1 - \frac{1024+1280}{3125} = 1 - \frac{2304}{3125} = \frac{821}{3125} \approx \boxed{0,263}$.

c) Par tableau : $E(Y) = 1$ (calcul développé). Par formule : $E(Y) = 5 \times \frac{1}{5} = \boxed{1}$ ☒.

Correction 3 – Cyclistes (5 pts) [Énoncé]

a) $X \sim B(4; 0,3)$, $q = 0,7$.

b) $P(X = 2) = \binom{4}{2}(0,3)^2(0,7)^2 = 6 \times 0,09 \times 0,49 = \boxed{0,2646}$.

$P(X \geq 1) = 1 - (0,7)^4 = 1 - 0,2401 = \boxed{0,7599}$.

$P(X \leq 2) = (0,7)^4 + 4(0,3)(0,7)^3 + 0,2646 = 0,2401 + 0,4116 + 0,2646 = \boxed{0,9163}$.

Correction 4 – Retrouver p (5 pts) [Énoncé]

a) $P(X = 3) = \binom{3}{3}p^3(1-p)^0 = p^3$. Or $P(X = 3) = 0,125$ donc $p^3 = 0,125$ ☒.

b) $p = \sqrt[3]{0,125} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2} = \boxed{0,5}$. Donc $X \sim B(3; 0,5)$.

c) $P(X \leq 2) = 1 - P(X = 3) = 1 - 0,125 = \boxed{0,875}$.