

Devoir Surveillé Blanc n°1 – Chapitre 6

Terminale Techno • Variables aléatoires • Loi binomiale

1 h • Calculatrice autorisée • /20

Consignes : Toutes les réponses doivent être **justifiées**. [Correction] accède directement au corrigé.

Exercice 1 – Loi de probabilité (4 pts) [Correction]

Soit X la variable aléatoire dont la loi est donnée par :

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,2	0,01	0,4	a	0,09

- a) Déterminer a .
- b) Calculer $E(X)$.

Exercice 2 – Coefficients binomiaux (5 pts) [Correction]

- a) À l'aide du triangle de Pascal, déterminer : $\binom{5}{0}, \binom{5}{1}, \binom{5}{2}, \binom{5}{3}, \binom{5}{4}, \binom{5}{5}$.
- b) Calculer $\binom{7}{5}$ par symétrie.
- c) Vérifier la formule de Pascal : $\binom{6}{3} = \binom{5}{2} + \binom{5}{3}$.

Exercice 3 – Loi binomiale – QCM (5 pts) [Correction]

Un QCM a 10 questions, 5 choix chacune. Enzo répond au hasard. Z = nombre de bonnes réponses.

- a) Montrer que $Z \sim B\left(10, \frac{1}{5}\right)$.
- b) Calculer $P(Z = 0)$ et $P(Z = 2)$.
- c) Calculer $E(Z)$ et interpréter.

Exercice 4 – Problème – urne (6 pts) [Correction]

Urne : 3 rouges, 6 blanches. Tirages avec remise. X = nb de rouges sur 2 tirages.

- a) Loi de X .
- b) Dresser la loi de probabilité.
- c) $E(X)$ de deux façons.

Barème : Ex. 1 : 4 pts Ex. 2 : 5 pts Ex. 3 : 5 pts Ex. 4 : 6 pts /20

CORRIGÉ – DS BLANC N°1 – CHAPITRE 6

[Énoncé] revient à l'exercice

Correction 1 – Loi de probabilité (4 pts) [Énoncé]

a) $0,2 + 0,01 + 0,4 + a + 0,09 = 1 \Rightarrow a = 1 - 0,70 = \boxed{0,30}$.

b) $E(X) = 0(0,2) + 1(0,01) + 2(0,4) + 3(0,3) + 4(0,09) = 0 + 0,01 + 0,8 + 0,9 + 0,36 = \boxed{2,07}$.

Correction 2 – Coefficients binomiaux (5 pts) [Énoncé]

a) Ligne $n = 5$: 1, 5, 10, 10, 5, 1. $\binom{5}{0} = 1$, $\binom{5}{1} = 5$, $\binom{5}{2} = 10$, $\binom{5}{3} = 10$, $\binom{5}{4} = 5$, $\binom{5}{5} = 1$.

b) $\binom{7}{5} = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = \boxed{21}$.

c) $\binom{5}{2} + \binom{5}{3} = 10 + 10 = 20 = \binom{6}{3} \boxtimes$

Correction 3 – QCM (5 pts) [Énoncé]

a) 10 questions indépendantes, $p = \frac{1}{5}$. $Z \sim B(10, \frac{1}{5})$.

b) $P(Z = 0) = \left(\frac{4}{5}\right)^{10} \approx \boxed{0,107}$. $P(Z = 2) = \binom{10}{2} \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^8 = 45 \times \frac{1}{25} \times \left(\frac{4}{5}\right)^8 \approx \boxed{0,302}$.

c) $E(Z) = 10 \times \frac{1}{5} = \boxed{2}$. En répondant au hasard, Enzo obtient en moyenne 2 bonnes réponses sur 10.

Correction 4 – Urne (6 pts) [Énoncé]

a) $n = 2$, $p = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. $X \sim B\left(2, \frac{1}{3}\right)$.

b) $P(X = 0) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$. $P(X = 1) = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$. $P(X = 2) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$. Somme = 1 \boxtimes .

k	0	1	2
P	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

c) Par tableau : $E(X) = 0 \cdot \frac{4}{9} + 1 \cdot \frac{4}{9} + 2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. Par formule : $E(X) = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \boxtimes$.