Planche d'exercices n°1 — Fonctions exponentielles

Partie I — Simplifier des expressions

Exercice 1 — Exprimer en fonction de 2^x [Correction]

Exprimer en fonction de 2^x, où x est un réel, les expressions suivantes :

1. $A = 4^5 \times 16^2$.
2. $B = \dfrac{2^{3/2}}{2^{5/2}} \times 8^3$.
3. $C = 2\sqrt{2} \times 4^{7/2}$.
4. $D = \dfrac{4^{3/2}}{8^{5/3}} \times 4^3$.
5. $E = \dfrac{(2^2 \times 16)^3}{32}$.

Exercice 2 — Simplifier [Correction]

Simplifier les expressions suivantes :

1. $A = (2^{x/2} - 1)(2^{x/2} + 1)$.
2. $B = \left(3^{x/2} - 3^{-x/2}\right)^2$.
3. $C = \left(\dfrac{5^{1+0,25x}}{5^{0,75x-1}}\right)^4$.
4. $D = (2^{3x} - 3^x)(3^{3x} + 2^x)$.
5. $E = 8^{1/2} \times 4^{x-1} \times 16^x$.

Exercice 3 — Équations et inéquations [Correction]

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $5^{2x} = 5$.
2. $\dfrac{1}{2} \times 2^{x-1} = 2^{4-x}$.
3. $(\sqrt{5})^{1-x} = 5^{1-x}$.
4. $2^{x^2} = 16$.
5. $9^{0,5x+0,5} < 3^{7x-2}$.
6. $0,04^{0,5x-1} \geq 0,2^{2+2x}$.
7. $7^{x^2+1} > 49^{-x}$.
8. $4^{x^2} \leq 2^{x^3}$.

Partie II — Sens de variation

Exercice 4 — Variations [Correction]

Déterminer le sens de variations des fonctions f suivantes sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = 1,01^x$.
2. $f(x) = 0,05^x$.
3. $f(x) = 0,99^{0,5x}$.
4. $f(x) = -\dfrac{1,5^x}{2}$.
5. $f(x) = 2(\sqrt{2})^x$.

Exercice 5 — Déterminer k et a [Correction]

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ka^x$.

1. Déterminer l'expression de g telle que $g(0) = \frac{1}{2}$ et $g(2) = 8$.
2. Quel est le sens de variation de g ?

Exercice 6 — Courbes et fonctions [Correction]

Soit trois courbes C_1, C_2, C_3 représentées ci-dessous. On définit trois fonctions : $f(x) = 0,8^{2x+1}$, $g(x) = 0,8^{10x}$ et $h(x) = -0,5 \times 0,3^x$.

1. Associer chaque fonction à sa courbe en justifiant.
2. Déterminer graphiquement l'abscisse du point d'intersection de C_1 et C_2.

Partie III — Expressions et calculs

Exercice 7 — Expression complexe [Correction]

Soit $f(x) = 2 \times 0,5^{2x} - 0,25^x - 5 \times 0,25^x$.

1. Calculer les images de 0, 1 et −1 par f.
2. **a.** Simplifier l'expression de $f(x)$.
   b. Déterminer le sens de variations de f.

Exercice 8 — Taux d'évolution moyen [Correction]

1. Un prix est passé de 100 € à 160 € sur 4 ans. Calculer le pourcentage d'évolution moyen annuel du prix. *Arrondir à 1 chiffre.*
2. Un prix est passé de 250 € à 150 € sur 10 ans. Calculer le pourcentage d'évolution moyen annuel du prix. *Arrondir à 1 chiffre.*

Exercice 9 — Loyer en région parisienne [Correction]

En région parisienne, le loyer moyen hors charges des locataires a augmenté de 16,3 % sur la période de 2009 à 2019.

1. Calculer le pourcentage d'évolution moyen sur une année du loyer moyen. *Arrondir à 1 chiffre.*
2. On suppose que l'évolution du loyer moyen reste la même après 2019.
   a. En quelle année le loyer moyen aura augmenté de plus de 50 % depuis 2009 ?
   b. Un couple s'installe dans une maison le 1er juin 2023 avec un loyer de 2 500 €. À combien s'élèvera le loyer le 1er février 2025 ? *Arrondir à l'unité.*

Partie IV — Problèmes de modélisation

Exercice 10 — Population [Correction]

Une ville de 200 000 habitants voit sa population augmentée de 3,5 % par an. Soit f la fonction qui détermine le nombre d'habitants en milliers au bout de x années.

1. Justifier que $f(x) = 200 \times 1{,}035^x$.
2. Déterminer le nombre d'habitants au bout de 5 ans puis au bout de 20 ans.
3. Déterminer au bout de combien d'années la population dépassera 500 000 habitants. *Utiliser la calculatrice.*
4. On considère l'algorithme Python :

```python
h = 200
x = 0
while h < 1000:
    x = x + 1
    h = h * 1.035
```

a. Que fait cet algorithme ? **b.** Que retourne-t-il ?

Exercice 11 — Magasin [Correction]

Le nombre mensuel de clients d'un magasin est modélisé par $N(t) = 1\,000 \times 0{,}95^t$ où t est le temps en mois écoulé depuis le 1er septembre 2021.

a. Déterminer le nombre de visiteurs le 1er septembre 2021.

b. Déterminer le nombre de visiteurs le 1er janvier 2022.

1. Au bout de combien de mois le nombre de clients est divisé par deux ? *Utiliser la calculatrice.*
2. Le directeur estime qu'à moins de 200 clients, le magasin sera en faillite. En quelle année le magasin sera-t-il en faillite ?

Partie V — Exercices variés

Exercice 12 — Vrai ou Faux [Correction]

Dire si les affirmations sont vraies ou fausses. Justifier.

1. $2^3 \times 2^5 = 4^8$.
2. $(3^2)^4 = 3^8$.
3. $5^{-2} = \dfrac{1}{25}$.
4. Si $f(x) = 0{,}7^x$ alors f est croissante.

Exercice 13 — Retrouver la base [Correction]

Déterminer $a > 0$ sachant que :

1. $a^3 = 27$.
2. $a^{-2} = \dfrac{1}{16}$.
3. $a^{1/2} = 5$.

Exercice 14 — Simplifier avec 3^x [Correction]

Écrire sous la forme $3^{f(x)}$:

1. $A = 9^x \times 27^{2x}$.
2. $B = \dfrac{3^{4x}}{81^x}$.
3. $C = \left(\dfrac{1}{9}\right)^{3x} \times 3^{x+1}$.

Exercice 15 — Taux mensuel/annuel [Correction]

1. Quel taux mensuel est équivalent à une hausse annuelle de 12 % ?
2. Quel taux annuel est équivalent à une hausse mensuelle de 1 % ?

Partie VI — Équations et inéquations

Exercice 16 — Équations [Correction]

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $3^{2x+1} = 27$.
2. $4^x = \dfrac{1}{8}$.
3. $2^{x+3} = 8 \times 2^{1-x}$.

Exercice 17 — Inéquations [Correction]

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $2^{3x-1} \leq 4^{x+2}$.
2. $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x+1} > 9$.
3. $5^{x^2-3x} \geq 1$.

Exercice 18 — Comparaisons [Correction]

Sans calculatrice, comparer les nombres suivants :

1. $2^{3,1}$ et 2^{π}.
2. $0{,}7^4$ et $0{,}7^{3,5}$.
3. 3^{-2} et 4^{-2}.

Partie VII — Problèmes de modélisation

Exercice 19 — Radioactivité [Correction]

La masse (en g) d'un isotope radioactif après t jours est $m(t) = 80 \times 0{,}92^t$.

1. Quelle est la masse initiale ?
2. Calculer $m(5)$ et $m(10)$.
3. Au bout de combien de jours la masse est-elle divisée par 2 ?

Exercice 20 — Investissement [Correction]

Un investisseur place 5 000 € à intérêts composés au taux annuel de 3,2 %.

1. Exprimer le capital $C(n)$ après n années.
2. Calculer le capital après 8 ans.
3. Calculer le taux d'évolution moyen sur 8 ans. Que remarque-t-on ?

Exercice 21 — Bactéries [Correction]

Une culture contient 500 bactéries. Le nombre double toutes les 3 heures. On note $f(t)$ le nombre de bactéries après t heures.

1. Justifier que $f(t) = 500 \times 2^{t/3}$.

2. Calculer $f(6)$, $f(9)$, $f(12)$.
3. Au bout de combien d'heures y a-t-il plus de 100 000 bactéries ?

Exercice 22 — Médicament [Correction]

La concentration (en mg/L) d'un médicament dans le sang est modélisée par $c(t) = 20 \times 0{,}85^t$ avec t en heures.

1. Quel est le taux de diminution horaire ?
2. Le médicament n'est plus efficace en dessous de 5 mg/L. Au bout de combien d'heures ?
3. Calculer le taux d'évolution moyen sur 6 heures.

Partie VIII — Python et algorithmes

Exercice 23 — Algorithme de seuil [Correction]

On considère l'algorithme :

```python
def seuil(a, s):
    u = 1000
    n = 0
    while u < s:
        u = u * a
        n = n + 1
    return n
```

1. Que retourne `seuil(1.05, 2000)` ?
2. Que modélise cet algorithme ?
3. Modifier l'algorithme pour qu'il affiche aussi le capital final.

Exercice 24 — Somme de termes [Correction]

Écrire une fonction Python qui calcule la somme $S = u_0 + u_0 \times q + u_0 \times q^2 + \cdots + u_0 \times q^n$ pour des paramètres `u0`, `q` et `n` donnés. Tester avec $u_0 = 100$, $q = 1{,}05$, $n = 10$.

Partie IX — Synthèse

Exercice 25 — Dépréciation [Correction]

Un véhicule acheté 25 000 € perd 12 % de sa valeur chaque année.

1. Exprimer la valeur $V(n)$ après n années.
2. Calculer la valeur après 5 ans puis 10 ans.
3. Au bout de combien d'années la valeur descend-elle en dessous de 5 000 € ?
4. Quel est le taux d'évolution moyen sur 5 ans ? Que constate-t-on ?

Exercice 26 — QCM [Correction]

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

1. $2^x \times 2^{3x} =$ **A.** 2^{3x^2} **B.** 4^{4x} **C.** 2^{4x}.
2. Si $f(x) = -3 \times 1{,}2^x$, alors f est : **A.** croissante **B.** décroissante **C.** constante.
3. Le taux moyen de $C = 2$ sur 5 étapes est : **A.** $2^{1/5} - 1$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{1}{5}$.

Exercice 27 — Composition de taux [Correction]

Un produit subit les évolutions suivantes sur 4 trimestres : +5 %, −3 %, +8 %, −2 %.

1. Calculer le coefficient multiplicateur global.
2. En déduire le taux d'évolution global.
3. Calculer le taux d'évolution moyen par trimestre.

Exercice 28 — Croissance comparée [Correction]

On considère $f(x) = 1\,000 + 50x$ (modèle linéaire) et $g(x) = 1\,000 \times 1{,}03^x$ (modèle exponentiel).

1. Calculer $f(10)$ et $g(10)$.
2. Calculer $f(20)$ et $g(20)$.
3. À partir de quel entier n a-t-on $g(n) > f(n)$?

Exercice 29 — Démographie [Correction]

En 2020, une ville comptait 45 000 habitants. Elle gagne 800 habitants par an. Une commune voisine comptait 30 000 habitants et croît de 4 % par an.

1. Exprimer la population de chaque ville après n années.
2. Calculer les populations en 2025 et 2030.
3. En quelle année la commune dépasse-t-elle la ville ?

Exercice 30 — Type BAC [Correction]

On modélise l'évolution du prix d'un bien par $P(t) = P_0 \times 1{,}025^t$, où t est le temps en années et $P_0 = 200$ €.

1. Calculer $P(5)$ et $P(10)$.
2. Résoudre $P(t) = 300$. Interpréter.
3. Calculer le taux d'évolution moyen sur 10 ans. Que remarque-t-on ?
4. Écrire un algorithme Python qui détermine le nombre d'années pour que le prix dépasse 500 €.

Corrections — Planche n°1

Correction 1 — Exprimer en fonction de 2^x [Énoncé]

1. $A=(2^2)^5\times(2^4)^2=2^{10}\times 2^8=2^{18}$.
2. $B=\frac{2^{3/2}}{2^{5/2}}\times(2^3)^3=2^{-1}\times 2^9=2^8$.
3. $C=2^{3/2}\times(2^2)^{7/2}=2^{3/2}\times 2^7=2^{17/2}$.
4. $D=\frac{(2^2)^{3/2}}{(2^3)^{5/3}}\times(2^2)^3=\frac{2^3}{2^5}\times 2^6=2^4$.
5. $E=\frac{(2^6)^3}{2^5}=\frac{2^{18}}{2^5}=2^{13}$.

Correction 2 — Simplifier [Énoncé]

1. $A=(2^{x/2})^2-1=2^x-1$.
2. $B=3^x-2+3^{-x}$.
3. $C=(5^{2-0{,}5x})^4=5^{8-2x}$.
4. $D=6^{3x}+2^{4x}-3^{4x}-6^x$.
5. $E=2^{3/2}\times 2^{2x-2}\times 2^{4x}=2^{6x-1/2}$.

Correction 3 — Équations et inéquations [Énoncé]

1. $5^{2x}=5^1\Rightarrow x=\frac{1}{2}$.
2. $2^{x-2}=2^{4-x}\Rightarrow x=3$.
3. $5^{(1-x)/2}=5^{1-x}\Rightarrow x=1$.
4. $2^{x^2}=2^4\Rightarrow x=\pm 2$.
5. $3^{x+1}<3^{7x-2}\Rightarrow x>\frac{1}{2}$.
6. $(0{,}2)^{x-2}\geq(0{,}2)^{2+2x}\Rightarrow x\geq -4$.
7. $(x+1)^2>0\Rightarrow S=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
8. $4^{x^2}\leq 2^{x^3}\Leftrightarrow 2^{2x^2}\leq 2^{x^3}\Rightarrow x^3\geq 2x^2\Rightarrow x\geq 2$ (pour $x>0$).

Correction 4 — Variations [Énoncé]

1. $a=1{,}01>1$: f est **croissante**.
2. $a=0{,}05<1$: f est **décroissante**.
3. $f(x)=(0{,}99^{0{,}5})^x\approx 0{,}995^x$, $a<1$: **décroissante**.
4. $1{,}5^x$ est croissante, mais $f(x)=-\frac{1{,}5^x}{2}$: **décroissante**.
5. $f(x)=2\times(\sqrt{2})^x$, $a=\sqrt{2}>1$: **croissante**.

Correction 5 — Déterminer k et a [Énoncé]

1. $g(0)=k=\frac{1}{2}$ et $g(2)=\frac{1}{2}a^2=8$ donc $a^2=16$, $a=4$ ($a>0$).
$g(x)=\frac{1}{2}\times 4^x$.
2. $a=4>1$ et $k=\frac{1}{2}>0$: g est **croissante**.

Correction 6 — Courbes et fonctions [Énoncé]

1. $f(0)=0{,}8$, $g(0)=1$, $h(0)=-0{,}5$. Les trois fonctions sont décroissantes ($a<1$). g décroît le plus vite ($10x$ vs $2x+1$).
2. Lecture graphique du point d'intersection.

Correction 7 — Expression complexe [Énoncé]

1. $f(0)=2\times 1-1-5=-4$.
$f(1)=2\times 0{,}25-0{,}25-5\times 0{,}25=-1$.
$f(-1)=2\times 4-4-5\times 4=-16$.
2a. $0{,}25^x=(0{,}5^2)^x=0{,}5^{2x}$ et $0{,}5^{2x}=(0{,}5^{2x})$ donc $f(x)=2\times 0{,}5^{2x}-6\times 0{,}25^x=2\times 0{,}25^x-6\times 0{,}25^x=-4\times 0{,}25^x$.
2b. $0{,}25<1$: $0{,}25^x$ décroissante, $-4\times 0{,}25^x$ **croissante**.

Correction 8 — Taux d'évolution moyen [Énoncé]

1. $CM=\frac{160}{100}=1{,}6$. Taux moyen : $t_m=1{,}6^{1/4}-1\approx 0{,}1247$ soit $\approx 12{,}5\,\%$.
2. $CM=\frac{150}{250}=0{,}6$. Taux moyen : $t_m=0{,}6^{1/10}-1\approx -0{,}0497$ soit $\approx -5{,}0\,\%$.

Correction 9 — Loyer [Énoncé]

1. $CM=1{,}163$. Taux annuel moyen : $t=1{,}163^{1/10}-1\approx 0{,}0152$ soit $\approx 1{,}5\,\%$.
2a. $1{,}0152^n>1{,}5\Rightarrow n>\frac{\ln 1{,}5}{\ln 1{,}0152}\approx 26{,}9$: en 2009 + 27 = 2036.
2b. De 2023 à 2025 : 20 mois $\approx 1{,}67$ ans. Loyer $=2500\times 1{,}0152^{1{,}67}\approx 2564$ €.

Correction 10 — Population [Énoncé]

1. Chaque année : $\times 1{,}035$. Après x ans : $200\times 1{,}035^x$.
2. $f(5)=200\times 1{,}035^5\approx 237{,}5$ (milliers) ; $f(20)\approx 398{,}5$ (milliers).
3. $200\times 1{,}035^x>500\Rightarrow x>\frac{\ln 2{,}5}{\ln 1{,}035}\approx 26{,}6$: au bout de 27 ans.
4. L'algorithme cherche quand $h\geq 1000$ (1 million). Il retourne $x\approx 47$.

Correction 11 — Magasin [Énoncé]

a. $N(0)=1000$ clients.
b. $N(4)=1000\times 0{,}95^4\approx 815$ clients.
2. $0{,}95^t=0{,}5\Rightarrow t=\frac{\ln 0{,}5}{\ln 0{,}95}\approx 13{,}5$ mois.
3. $0{,}95^t<0{,}2\Rightarrow t>\frac{\ln 0{,}2}{\ln 0{,}95}\approx 31{,}4$ mois $\approx$ 2 ans 8 mois : mi-2024.

Correction 12 — Vrai ou Faux [Énoncé]

1. **Faux** : $2^3\times 2^5=2^8\neq 4^8=2^{16}$.
2. **Vrai** : $(3^2)^4=3^{2\times 4}=3^8$.
3. **Vrai** : $5^{-2}=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25}$.
4. **Faux** : $0{,}7<1$ donc f est **décroissante**.

Correction 13 — Retrouver la base [Énoncé]

1. $a^3=27=3^3\Rightarrow a=3$.
2. $a^{-2}=\frac{1}{16}=\frac{1}{4^2}=4^{-2}\Rightarrow a=4$.
3. $a^{1/2}=5\Rightarrow a=25$.

Correction 14 — Simplifier avec 3^x [Énoncé]

1. $A=(3^2)^x\times(3^3)^{2x}=3^{2x}\times 3^{6x}=3^{8x}$.
2. $B=\frac{3^{4x}}{(3^4)^x}=\frac{3^{4x}}{3^{4x}}=3^0=1$.
3. $C=(3^{-2})^{3x}\times 3^{x+1}=3^{-6x}\times 3^{x+1}=3^{-5x+1}$.

Correction 15 — Taux mensuel/annuel [Énoncé]

1. $(1+t_m)^{12} = 1{,}12 \Rightarrow t_m = 1{,}12^{1/12} - 1 \approx 0{,}00949$ soit $\approx 0{,}9\,\%$.
2. $(1{,}01)^{12} \approx 1{,}1268$ soit un taux annuel d'environ $12{,}7\,\%$.

Correction 16 — Équations [Énoncé]

1. $3^{2x+1} = 3^3 \Rightarrow 2x+1 = 3 \Rightarrow x = 1$.
2. $4^x = 2^{2x}$ et $\frac{1}{8} = 2^{-3}$. Donc $2x = -3$, $x = -\frac{3}{2}$.
3. $2^{x+3} = 2^3 \times 2^{1-x} = 2^{4-x}$. Donc $x + 3 = 4 - x$, $x = \frac{1}{2}$.

Correction 17 — Inéquations [Énoncé]

1. $2^{3x-1} \leq 2^{2x+4} \Rightarrow 3x - 1 \leq 2x + 4 \Rightarrow x \leq 5$.
2. $3^{-(2x+1)} > 3^2 \Rightarrow -(2x+1) > 2 \Rightarrow x < -\frac{3}{2}$.
3. $5^{x^2-3x} \geq 5^0 \Rightarrow x^2 - 3x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$ ou $x \geq 3$.

Correction 18 — Comparaisons [Énoncé]

1. $3{,}1 < \pi$ et $a = 2 > 1$: $2^{3{,}1} < 2^{\pi}$.
2. $4 > 3{,}5$ et $a = 0{,}7 < 1$: $0{,}7^4 < 0{,}7^{3{,}5}$.
3. $3^{-2} = \frac{1}{9}$ et $4^{-2} = \frac{1}{16}$: $3^{-2} > 4^{-2}$.

Correction 19 — Radioactivité [Énoncé]

1. $m(0) = 80$ g.
2. $m(5) = 80 \times 0{,}92^5 \approx 52{,}9$ g ; $m(10) \approx 34{,}9$ g.
3. $0{,}92^t = 0{,}5 \Rightarrow t = \frac{\ln 0{,}5}{\ln 0{,}92} \approx 8{,}3$ jours.

Correction 20 — Investissement [Énoncé]

1. $C(n) = 5000 \times 1{,}032^n$.
2. $C(8) = 5000 \times 1{,}032^8 \approx 6432$ €.
3. $CM = \frac{6432}{5000} \approx 1{,}286$. Taux moyen $= 1{,}286^{1/8} - 1 \approx 0{,}032 = 3{,}2\,\%$. On retrouve le taux annuel.

Correction 21 — Bactéries [Énoncé]

1. Toutes les 3h $\times 2$. En t heures : $\frac{t}{3}$ doublements, soit $500 \times 2^{t/3}$.
2. $f(6) = 2000$; $f(9) = 4000$; $f(12) = 8000$.
3. $500 \times 2^{t/3} > 100000 \Rightarrow 2^{t/3} > 200 \Rightarrow t > 3\frac{\ln 200}{\ln 2} \approx 22{,}9$ h.

Correction 22 — Médicament [Énoncé]

1. Taux de diminution horaire : $0{,}85 - 1 = -0{,}15$ soit $-15\,\%$.
2. $20 \times 0{,}85^t < 5 \Rightarrow 0{,}85^t < 0{,}25 \Rightarrow t > \frac{\ln 0{,}25}{\ln 0{,}85} \approx 8{,}5$ h.
3. $CM = 0{,}85^6 \approx 0{,}377$, taux $\approx -62{,}3\,\%$.

Correction 23 — Algorithme de seuil [Énoncé]

1. $u = 1000 \times 1{,}05^n$. On cherche n tel que $u \geq 2000$, soit $1{,}05^n \geq 2$. $n = \lceil \frac{\ln 2}{\ln 1{,}05} \rceil = 15$.
2. Il modélise le nombre d'années pour doubler un capital à 5 %.
3. Ajouter `return n, u` à la fin.

Correction 24 — Somme de termes [Énoncé]

```
def somme(u0, q, n):
S = 0
for i in range(n+1):
S += u0 * q**i
return S
```

Test : $S = 100 \times \frac{1{,}05^{11}-1}{0{,}05} \approx 1420{,}68$.

Correction 25 — Dépréciation [Énoncé]

1. $V(n) = 25000 \times 0{,}88^n$.
2. $V(5) \approx 13193$ € ; $V(10) \approx 6963$ €.
3. $0{,}88^n < 0{,}2 \Rightarrow n > \frac{\ln 0{,}2}{\ln 0{,}88} \approx 12{,}6$: au bout de 13 ans.
4. $CM = 0{,}88^5 \approx 0{,}528$, taux moyen $= 0{,}528^{1/5} - 1 \approx -0{,}12 = -12\,\%$. On retrouve le taux annuel.

Correction 26 — QCM [Énoncé]

1. **C.** $2^x \times 2^{3x} = 2^{4x}$.
2. **B.** $k = -3 < 0$ et $a = 1{,}2 > 1$: f est décroissante.
3. **A.** Le taux moyen est $C^{1/n} - 1 = 2^{1/5} - 1$.

Correction 27 — Composition de taux [Énoncé]

1. $CM = 1{,}05 \times 0{,}97 \times 1{,}08 \times 0{,}98 \approx 1{,}0780$.
2. Taux global $\approx +7{,}8\,\%$.
3. Taux moyen $= 1{,}0780^{1/4} - 1 \approx 0{,}0190$ soit $\approx 1{,}9\,\%$ par trimestre.

Correction 28 — Croissance comparée [Énoncé]

1. $f(10) = 1500$; $g(10) = 1000 \times 1{,}03^{10} \approx 1344$.
2. $f(20) = 2000$; $g(20) \approx 1806$.
3. $1000 \times 1{,}03^n > 1000 + 50n$. Numériquement, $n \geq 47$.

Correction 29 — Démographie [Énoncé]

1. Ville : $V(n) = 45000 + 800n$. Commune : $C(n) = 30000 \times 1{,}04^n$.
2. $V(5) = 49000$, $C(5) \approx 36500$; $V(10) = 53000$, $C(10) \approx 44407$.
3. $30000 \times 1{,}04^n > 45000 + 800n$. Numériquement, $n \approx 18$: en 2038.

Correction 30 — Type BAC [Énoncé]

1. $P(5) = 200 \times 1{,}025^5 \approx 226{,}3$ € ; $P(10) \approx 256{,}0$ €.
2. $200 \times 1{,}025^t = 300 \Rightarrow t = \frac{\ln 1{,}5}{\ln 1{,}025} \approx 16{,}4$ ans.
3. $CM = 1{,}025^{10} \approx 1{,}280$, taux $\approx 28{,}0\,\%$ sur 10 ans. Taux moyen annuel $= 2{,}5\,\%$.
4. `t=0; while 200*1.025**t<500: t+=1.` Résultat : $t = 38$.