Planche 2 — Suites arithmétiques et géométriques

Terminale Technologique • Chapitre 1 • 30 exercices — Approfondissement, Python, BAC

I Algorithmes et Python

Exercice 1 — Algorithme — suite arith. — 20 min [Correction]

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 90$ et de raison $r = 5$. On note $S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$ la distance parcourue au total.

1. Quelle distance parcourt-on le deuxième jour ?
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Exprimer S_n en fonction de n.
4. Écrire en Python une fonction `distance(n)` qui retourne S_n.

Exercice 2 — Algorithme — suite géom. — 20 min [Correction]

Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme $v_0 = 50$ et de raison $q = 1{,}1$.

a) Recopier et compléter la fonction Python ci-dessous qui renvoie la valeur de v_{12} :

```
def v12():
    v = ...
    for k in range(...):
        v = ...
    return v
```

b) Donner la valeur de v_{12}.

c) Calculer $\sum_{k=1}^{12} v_k$.

Exercice 3 — Python — seuil — 15 min [Correction]

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 1{,}5\, u_n$.

1. Quelle est la nature de (u_n) ?
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Compléter le programme Python ci-dessous pour qu'il affiche le plus petit n tel que $u_n > 1\,000$:

```
n = 0
u = ...
while u <= ...:
    u = ...
    n = ...
print(n)
```

4. Quel est le résultat affiché ?

Exercice 4 — Algorithme en langage naturel — 15 min [Correction]

On donne l'algorithme suivant :

$n = ?$
$u \leftarrow 2$
Pour k allant de 1 à n
  $u \leftarrow 1{,}5 \times u$
Afficher u

1. Quelles valeurs affiche-t-il pour $n = 1$, $n = 2$ et $n = 3$?
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
3. Exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 5 — Python — somme des carrés — 15 min [Correction]

Soit la fonction Python :

```
def somme_carres(n):
    S = 0
    for k in range(1, n+1):
        S = S + k**2
    return S
```

a) Que renvoie `somme_carres(4)` ?
b) Que calcule cette fonction en notation Σ ?
c) Écrire une fonction analogue `somme_cubes(n)` pour $\sum_{k=1}^{n} k^3$.

Exercice 6 — Python — comparaison — 20 min [Correction]

On donne l'algorithme suivant :

$n \leftarrow 0$
$u \leftarrow 10$
$v \leftarrow 8$
Tant que $u > v$
  $n \leftarrow n + 1$
  $u \leftarrow u + 0{,}4$
  $v \leftarrow v \times 1{,}028$
Afficher n

1. Identifier les suites (u_n) et (v_n).
2. En sortie de cet algorithme, n a pour valeur 46. Interpréter ce résultat.

Exercice 7 — Python — tableur — 15 min [Correction]

On utilise la feuille de calcul ci-dessous pour calculer les termes de la suite (v_n) :

	A	B	C	D
1	mois	0	1	2
2	rang du mois	1	2	3
3	nombre de vélos	50		

On a entré en cellule C3 la formule =B3*1.1 puis recopié vers la droite.

1. Que contient la cellule D3 ? Interpréter.
2. Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
3. Exprimer v_n en fonction de n.

II Problèmes en contexte

Exercice 8 — Iode 131 — 30 min [Correction]

L'iode 131 est un produit radioactif utilisé en médecine. On considère un échantillon de 10^6 noyaux d'iode 131 au début de l'observation. Le nombre de noyaux diminue chaque jour de 8,3 %. On note u_n le nombre de noyaux au bout de n jours.

1. Donner la nature de la suite (u_n) en précisant bien tous ses éléments caractéristiques.
2. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n.
3. On considère l'algorithme suivant :

$n \leftarrow 0$
$u \leftarrow 10^6$
Tant que $u > \dfrac{10^6}{2}$
  $n \leftarrow n+1$
  $u \leftarrow u \times 0{,}917$
Afficher n

   a) À quoi correspond la valeur de n en sortie ?
   b) Si on programme cet algorithme, quel résultat affiche-t-il ? *Utiliser la calculatrice.*
   c) Pour le césium 137, le nombre de noyaux diminue de 2,3 %. Quelles modifications faut-il apporter à l'algorithme pour trouver la demi-vie du césium 137 sachant que la population au départ est de 10^8 noyaux ?

Exercice 9 — Vélo Marseille–Moscou — 35 min [Correction]

Max habite Marseille et décide d'aller jusqu'à Moscou à vélo. La distance estimée est de 3 000 km. Le premier jour, il parcourt 90 km. Chaque jour, il parcourt 5 km de plus que le jour précédent. On note u_n la distance parcourue le n-ième jour. Ainsi $u_1 = 90$.

1. Quelle distance parcourt-il le deuxième jour ?
2. Donner la nature de la suite (u_n) en précisant bien tous ses éléments caractéristiques.
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. On note $S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$ la distance parcourue au total.
   a) Calculer S_5 et S_{12}.
   b) Exprimer S_n en fonction de n.
   c) Déterminer au bout de combien de jours Max arrivera à destination. *Utiliser la calculatrice.*

Exercice 10 — Location de vélos — 30 min [Correction]

Une société de location de vélos électriques a commencé son activité en janvier 2020. On modélise le nombre de vélos dont dispose la société le n-ième mois de son activité par le terme général v_n d'une suite (v_n). On sait que $v_{n+1} = 1{,}1 \times v_n$ et $v_1 = 50$.

1. Justifier que (v_n) est géométrique. Préciser v_1 et q.
2. Exprimer v_n en fonction de n.
3. Calculer le nombre de vélos au bout d'un an.
4. À partir de quel mois la société disposera-t-elle de plus de 200 vélos ?

Exercice 11 — Malthus — 40 min [Correction]

En 1798, l'économiste anglais Thomas Malthus publie *An essay on the principle of population.*

En 1800, la population de l'Angleterre était estimée à 8 millions d'habitants et l'agriculture anglaise pouvait nourrir 10 millions de personnes. Le modèle de Malthus admet que la population augmente de 2,8 % chaque année et que les progrès de l'agriculture permettent de nourrir 0,4 million de personnes de plus chaque année.

a) Quelle aurait été, en millions d'habitants, la population de l'Angleterre en 1810 ? *Arrondir au millième.*
b) À partir de quelle année la population de l'Angleterre aurait-elle dépassé 16 millions d'habitants ? *Utiliser la calculatrice.*
c) À partir de quelle année la population serait-elle devenue trop grande pour ne plus être suffisamment nourrie par son agriculture ?

D'après BAC, Antilles-Guyane, juin 2018

Exercice 12 — Épargne mensuelle — 20 min [Correction]

Un épargnant verse 100 € chaque mois sur un livret rémunéré à 0,25 % par mois (intérêts composés). On note C_n le capital total après n mois. Ainsi $C_1 = 100$ et $C_{n+1} = 1{,}0025\,C_n + 100$.

a) Calculer C_2 et C_3.
b) Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ?
c) Écrire un programme Python qui calcule C_n pour un entier n donné.
d) Après 24 mois, quel est le capital total ?

Exercice 13 — Médicament — 20 min [Correction]

Un patient prend un médicament qui libère 200 mg de principe actif dans le sang. Chaque heure, le corps élimine 15 % du principe actif restant. On note m_n la quantité (en mg) après n heures.

a) Justifier que (m_n) est géométrique. Préciser m_0 et q.
b) Exprimer m_n en fonction de n.
c) Au bout de combien d'heures reste-t-il moins de 50 mg ?
d) On considère qu'un nouveau comprimé est nécessaire quand $m_n < 10$ mg. Au bout de combien d'heures ?

III Sommes et formules avancées

Exercice 14 — Somme partielle arith. — 15 min [Correction]

Soit (u_n) arith. avec $u_1 = 90$, $r = 5$.

a) Calculer $S_5 = \sum_{k=1}^{5} u_k$ et $S_{12} = \sum_{k=1}^{12} u_k$.

b) Exprimer S_n en fonction de n.
c) Au bout de combien de jours la somme totale dépasse 3 000 ?

Exercice 15 — Somme partielle géom. — 15 min [Correction]

Soit (u_n) géom. avec $u_0 = 2$, $q = 1{,}5$.

a) Calculer $S_0 = u_0$, $S_1 = u_0 + u_1$, $S_2 = u_0 + u_1 + u_2$.
b) Exprimer $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$ en fonction de n.
c) Modifier l'algorithme ci-dessous pour qu'il affiche S_n :

$u \leftarrow 2$
Pour k allant de 1 à n
  $u \leftarrow 1{,}5 \times u$
Afficher u

Exercice 16 — Sommes de séries classiques — 20 min [Correction]

Calculer :

1. $1 + 2 + 3 + \cdots + 100$
2. $2 + 4 + 6 + \cdots + 200$
3. $1 + 3 + 5 + \cdots + 99$ (50 premiers impairs)
4. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{3^{10}}$

Exercice 17 — Écriture Σ et calcul — 15 min [Correction]

Écrire avec la notation Σ puis calculer :

a) $5 + 10 + 15 + \cdots + 100$
b) $3 + 6 + 12 + 24 + \cdots + 3 \times 2^8$
c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^{12}}$

IV Exercices de synthèse et type BAC

Exercice 18 — Synthèse arith. — 25 min [Correction]

Un théâtre dispose de 20 rangées. La première rangée a 15 sièges et chaque rangée suivante a 2 sièges de plus que la précédente.

a) Combien de sièges compte la 20e rangée ?
b) Exprimer le nombre de sièges de la rangée n en fonction de n.
c) Quel est le nombre total de sièges dans le théâtre ?
d) Le théâtre veut atteindre 1 000 places en ajoutant des rangées. Combien de rangées faut-il au minimum ?

Exercice 19 — Synthèse géom. — 25 min [Correction]

Un lac contient 500 poissons. Chaque année, la population augmente de 20 % naturellement, mais on prélève 80 poissons. On note p_n la population au bout de n années. Ainsi $p_0 = 500$ et $p_{n+1} = 1{,}2\, p_n - 80$.

a) Calculer p_1, p_2 et p_3.
b) Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ?
c) Écrire un programme Python qui calcule p_n.
d) Au bout de combien d'années la population dépasse-t-elle 1 000 ?

Exercice 20 — Type BAC — Placement — 30 min [Correction]

Un épargnant place 10 000 € à intérêts composés au taux annuel de 2,5 %. On note u_n le capital après n années.

1. Justifier que (u_n) est géométrique.
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Calculer le capital au bout de 15 ans (arrondir au centime).
4. Déterminer le nombre minimal d'années pour que le capital dépasse 15 000 €.
5. Écrire un algorithme Python qui détermine ce nombre d'années.

Exercice 21 — Type BAC — Population — 30 min [Correction]

En 2020, une ville compte 25 000 habitants. On étudie deux modèles :

A. La population augmente de 300 habitants par an.
B. La population augmente de 1,2 % par an.

On note a_n et b_n les populations selon les modèles A et B, n années après 2020.

1. Identifier la nature de chaque suite. Donner a_0, r, b_0, q.
2. Exprimer a_n et b_n en fonction de n.
3. Selon chaque modèle, quelle sera la population en 2040 ?
4. À partir de quelle année le modèle B donne-t-il une population supérieure au modèle A ?

Exercice 22 — Type BAC — Amortissement — 30 min [Correcti

Une machine industrielle coûte 50 000 € à l'achat. Sa valeur diminue de 12 % par an. On note v_n sa valeur après n années.

1. Justifier que (v_n) est géométrique. Donner v_0 et q.
2. Exprimer v_n en fonction de n.
3. Calculer la valeur de la machine après 5 ans.
4. Au bout de combien d'années la valeur passe-t-elle sous 10 000 € ?
5. L'entreprise décide de revendre la machine quand sa valeur passe sous 20 % du prix d'achat. Quand doit-elle la revendre ?

Exercice 23 — BAC — Antilles-Guyane — 35 min [Correction]

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 2$, et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}5\, u_n$.

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser tous ses éléments caractéristiques.
2. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n.
3. On considère la suite (S_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$$

a) Calculer les valeurs des termes S_0, S_1 et S_2.
b) Quelles modifications doit-on apporter à l'algorithme suivant pour qu'il affiche la valeur du terme S_n ?

$n = ?$
$u \leftarrow 2$

Pour k allant de 1 à n
    $u \leftarrow 1{,}5 \times u$
Afficher u

c) Calculer S_n en fonction de n.

D'après BAC, Antilles-Guyane, juin 2013

Exercice 24 — Vrai/Faux avancé — 15 min [Correction]

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

a) Si (u_n) est géom. de raison $q = 1$, alors (u_n) est aussi arith.
b) La somme des 100 premiers entiers naturels non nuls est 5 050.
c) Si $u_n = 3 \times 2^n$, alors (u_n) est géom. de raison 2.
d) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} 1 = n$
e) Si (u_n) est arith. et (v_n) géom. avec mêmes $u_0 = v_0$, alors il existe n_0 tel que $v_n > u_n$ pour tout $n \geq n_0$.

Exercice 25 — Problème ouvert — 20 min [Correction]

Trouver une suite arithmétique (u_n) et une suite géométrique (v_n) telles que $u_0 = v_0 = 1$ et $u_5 = v_5 = 32$.

Exercice 26 — Suite et inéquation — 15 min [Correction]

Soit (u_n) arith. avec $u_0 = 100$ et $r = -7$.

a) À partir de quel rang u_n devient-il négatif ?
b) Déterminer le nombre de termes positifs de la suite.
c) Calculer la somme de tous les termes positifs.

Exercice 27 — Suite et pourcentage — 20 min [Correction]

Le prix d'un article est de 200 €. Chaque année, il augmente de 3 %.

a) Modéliser le prix par une suite géométrique. Donner p_0 et q.
b) Exprimer p_n en fonction de n.
c) Calculer le prix au bout de 8 ans.
d) Au bout de combien d'années le prix aura-t-il doublé ?

Exercice 28 — Déterminer r et q — 15 min [Correction]

a) (u_n) arith., $u_3 = 17$, $u_7 = 37$. Trouver r et u_0.
b) (v_n) géom. à termes positifs, $v_2 = 12$, $v_5 = 96$. Trouver q et v_0.

Exercice 29 — Python — graphique — 20 min [Correction]

Écrire un programme Python qui :

a) Calcule les 20 premiers termes de la suite arith. $u_0 = 5$, $r = 3$.
b) Calcule les 20 premiers termes de la suite géom. $v_0 = 5$, $q = 1{,}15$.
c) Affiche dans une liste les valeurs de n pour lesquelles $v_n > u_n$.

Exercice 30 — Synthèse finale — 35 min [Correction]

On considère une suite (u_n) définie par $u_1 = 5$ et $u_{n+1} = u_n + 3$, et une suite (v_n) définie par $v_1 = 5$ et $v_{n+1} = 2\,v_n$.

1. Identifier la nature de chaque suite.
2. Exprimer u_n et v_n en fonction de n.
3. Calculer $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} u_k$ et $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} v_k$.
4. À partir de quel rang $v_n > u_n$?
5. Interpréter graphiquement : la suite arith. représente une croissance linéaire, la suite géom. une croissance exponentielle. Laquelle domine à long terme ?

Corrections — Planche 2

Suites — Approfondissement, Python, BAC

Correction 1 — Algo arith. [Énoncé]

1. $u_2 = 90 + 5 = 95$ km.
2. $u_n = 90 + 5(n-1) = 85 + 5n$.
3. $S_n = n \times \frac{u_1+u_n}{2} = n \times \frac{90+85+5n}{2} = n \times \frac{175+5n}{2}$.
4.

```python
def distance(n):
    S = 0
    u = 90
    for k in range(1, n+1):
        S = S + u
        u = u + 5
    return S
```

Correction 2 — Algo géom. [Énoncé]

a) Fonction complétée :

```python
def v12():
    v = 50
    for k in range(2, 13):
        v = 1.1 * v
    return v
```

b) $v_{12} = 50 \times 1{,}1^{11} \approx 142{,}66$.
c) $\sum_{k=1}^{12} v_k = 50 \times \dfrac{1-1{,}1^{12}}{1-1{,}1} \approx 1\,069$.

Correction 3 — Python seuil [Énoncé]

1. Géom. $u_0 = 2$, $q = 1{,}5$.
2. $u_n = 2 \times 1{,}5^n$.
3.

```python
n = 0
u = 2
while u <= 1000:
    u = u * 1.5
    n = n + 1
print(n)
```

4. $2 \times 1{,}5^n > 1\,000 \Leftrightarrow 1{,}5^n > 500$. On trouve $n = 16$ (car $1{,}5^{15} \approx 437{,}9$ et $1{,}5^{16} \approx 656{,}8$).

Correction 4 — Algo langage naturel [Énoncé]

1. $n = 1$: $u_1 = 2 \times 1{,}5 = 3$. $n = 2$: $u_2 = 3 \times 1{,}5 = 4{,}5$. $n = 3$: $u_3 = 4{,}5 \times 1{,}5 = 6{,}75$.
2. Géom. de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 1{,}5$.
3. $u_n = 2 \times 1{,}5^n$.

Correction 5 — Somme des carrés [Énoncé]

a) $1 + 4 + 9 + 16 = 30$.
b) $\sum_{k=1}^{n} k^2$.
c)

```python
def somme_cubes(n):
    S = 0
    for k in range(1, n+1):
        S = S + k**3
    return S
```

Correction 6 — Python comparaison [Énoncé]

1. (u_n) arith. $u_0 = 10$, $r = 0{,}4$. (v_n) géom. $v_0 = 8$, $q = 1{,}028$.
2. Pour tout $n \geq 46$, $u_n \leq v_n$: la suite géom. dépasse la suite arith. à partir du rang 46.

Correction 7 — Python tableur [Énoncé]

1. D3 = C3×1,1 = 55×1,1 = 60,5. Cela signifie qu'en mars 2020, la société dispose de 60,5 vélos.
2. $v_{n+1} = 1{,}1 \times v_n$: géom. $v_1 = 50$, $q = 1{,}1$.
3. $v_n = 50 \times 1{,}1^{n-1}$.

Correction 8 — Iode 131 [Énoncé]

1. $1 - \frac{8{,}3}{100} = 0{,}917$. Géom. $u_0 = 10^6$, $q = 0{,}917$.
2. $u_n = 10^6 \times 0{,}917^n$.
3.a) n est le nombre de jours pour que la population diminue de moitié (demi-vie).
3.b) Par calcul : $n = 8$.
3.c) Modifications : $u \leftarrow 10^8$, $u \times 0{,}977$ (car $1 - 0{,}023 = 0{,}977$), seuil $\frac{10^8}{2}$.

Correction 9 — Vélo [Énoncé]

1. $u_2 = 95$ km.
2. Arith. $u_1 = 90$, $r = 5$.
3. $u_n = 90 + 5(n-1) = 85 + 5n$.
4.a) $S_5 = 5 \times \frac{90+110}{2} = 500$. $S_{12} = 12 \times \frac{90+145}{2} = 1\,410$.
4.b) $S_n = n \times \frac{90+85+5n}{2} = n \times \frac{175+5n}{2}$.
4.c) $S_n \geq 3\,000$: par calcul, $n \geq 22$ jours.

Correction 10 — Location vélos [Énoncé]

1. $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 1{,}1$: géom. $v_1 = 50$, $q = 1{,}1$.
2. $v_n = 50 \times 1{,}1^{n-1}$.
3. $v_{12} = 50 \times 1{,}1^{11} \approx 143$ vélos.
4. $50 \times 1{,}1^{n-1} > 200 \Rightarrow 1{,}1^{n-1} > 4$. Par calcul : $n \geq 16$ mois.

Correction 11 — Malthus [Énoncé]

a) Pop. en 1810 : $v_{10} = 8 \times 1{,}028^{10} \approx 10{,}544$ millions.
b) $8 \times 1{,}028^n \geq 16 \Rightarrow 1{,}028^n \geq 2$. Par calcul : $n = 26$. Donc à partir de 1826.
c) Agriculture : $u_n = 10 + 0{,}4n$. Pop. : $v_n = 8 \times 1{,}028^n$. $v_n \geq u_n$ à partir de $n = 46$, soit 1846.

Correction 12 — Épargne mensuelle [Énoncé]

a) $C_2 = 1{,}0025 \times 100 + 100 = 200{,}25$. $C_3 = 1{,}0025 \times 200{,}25 + 100 = 300{,}75$.
b) Ni arith. ni géom. (suite récurrente affine).
c)

```
def capital(n):
    C = 100
    for k in range(2, n+1):
        C = 1.0025 * C + 100
    return C
```

d) $C_{24} \approx 2\,436{,}98$ €.

Correction 13 — Médicament [Énoncé]

a) $m_{n+1} = 0{,}85\, m_n$: géom. $m_0 = 200$, $q = 0{,}85$.
b) $m_n = 200 \times 0{,}85^n$.
c) $200 \times 0{,}85^n < 50 \Leftrightarrow 0{,}85^n < 0{,}25$. Par calcul : $n \geq 9$ h.
d) $200 \times 0{,}85^n < 10 \Leftrightarrow 0{,}85^n < 0{,}05$. Par calcul : $n \geq 19$ h.

Correction 14 — Somme partielle arith. [Énoncé]

a) $S_5 = 5 \times \frac{90+110}{2} = 500$. $S_{12} = 12 \times \frac{90+145}{2} = 1\,410$.
b) $S_n = n \times \frac{175+5n}{2}$.
c) $S_n \geq 3\,000$: $\frac{n(175+5n)}{2} \geq 3\,000$, soit $5n^2 + 175n - 6\,000 \geq 0$. $\Delta = 175^2 + 4 \times 5 \times 6\,000 = 150\,625$. $n \geq \frac{-175+\sqrt{150\,625}}{10} \approx \frac{-175+388{,}1}{10} \approx 21{,}3$. Donc $n \geq 22$ jours.

Correction 15 — Somme partielle géom. [Énoncé]

a) $S_0 = 2$, $S_1 = 2 + 3 = 5$, $S_2 = 2 + 3 + 4{,}5 = 9{,}5$.
b) $S_n = 2 \times \frac{1-1{,}5^{n+1}}{1-1{,}5} = 4(1{,}5^{n+1} - 1)$.
c) Ajouter $S \leftarrow 2$ avant la boucle, $S \leftarrow S + u$ dans la boucle, afficher S.

Correction 16 — Séries classiques [Énoncé]

1. $\frac{100 \times 101}{2} = 5\,050$.
2. $2 \times 5\,050 = 10\,100$.
3. Arith. $u_1 = 1$, $r = 2$, 50 termes : $50 \times \frac{1+99}{2} = 2\,500$.
4. $\frac{1-(1/3)^{11}}{1-1/3} = \frac{3}{2}\left(1 - \frac{1}{3^{11}}\right) \approx 1{,}5$.

Correction 17 — Écriture Σ [Énoncé]

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{20} 5k = 5 \times \frac{20 \times 21}{2} = 1\,050$.
b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{8} 3 \times 2^k = 3 \times \frac{1-2^9}{1-2} = 3 \times 511 = 1\,533$.
c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2} \times \frac{1-(1/2)^{12}}{1-1/2} = 1 - \frac{1}{2^{12}} \approx 1$.

Correction 18 — Théâtre [Énoncé]

a) $u_{20} = 15 + 2 \times 19 = 53$ sièges.
b) $u_n = 15 + 2(n-1) = 13 + 2n$.
c) $S_{20} = 20 \times \frac{15+53}{2} = 20 \times 34 = 680$ places.
d) $S_n = n \times \frac{15+13+2n}{2} = n(14+n) \geq 1\,000$. $n^2 + 14n - 1\,000 \geq 0$. $\Delta = 196 + 4\,000 = 4\,196$. $n \geq \frac{-14+\sqrt{4\,196}}{2} \approx \frac{-14+64{,}8}{2} \approx 25{,}4$. Il faut au minimum 26 rangées.

Correction 19 — Lac et poissons [Énoncé]

a) $p_1 = 1{,}2 \times 500 - 80 = 520$. $p_2 = 1{,}2 \times 520 - 80 = 544$. $p_3 = 1{,}2 \times 544 - 80 = 572{,}8$.
b) Ni arith. ni géom. (récurrence affine).
c)

```
def pop(n):
    p = 500
    for k in range(1, n+1):
        p = 1.2 * p - 80
    return p
```

d) Par calcul : $n \geq 6$ ans.

Correction 20 — Placement [Énoncé]

1. $u_{n+1} = 1{,}025\, u_n$: géom. $u_0 = 10\,000$, $q = 1{,}025$.
2. $u_n = 10\,000 \times 1{,}025^n$.
3. $u_{15} = 10\,000 \times 1{,}025^{15} \approx 14\,482{,}98$ €.
4. $1{,}025^n > 1{,}5$. Par calcul : $n \geq 17$ ans.
5.

```
n, u = 0, 10000
while u <= 15000:
    u = u * 1.025
    n = n + 1
print(n)
```

Correction 21 — Population [Énoncé]

1. (a_n) arith. $a_0 = 25\,000$, $r = 300$. (b_n) géom. $b_0 = 25\,000$, $q = 1{,}012$.
2. $a_n = 25\,000 + 300n$. $b_n = 25\,000 \times 1{,}012^n$.
3. $a_{20} = 31\,000$. $b_{20} = 25\,000 \times 1{,}012^{20} \approx 31\,804$.
4. Par calcul : à partir de $n = 17$ ans, soit 2037.

Correction 22 — Amortissement [Énoncé]

1. $v_{n+1} = 0{,}88\, v_n$: géom. $v_0 = 50\,000$, $q = 0{,}88$.
2. $v_n = 50\,000 \times 0{,}88^n$.
3. $v_5 = 50\,000 \times 0{,}88^5 \approx 26\,399{,}59$ €.
4. $50\,000 \times 0{,}88^n < 10\,000 \Leftrightarrow 0{,}88^n < 0{,}2$. Par calcul : $n \geq 13$ ans.
5. 20% de $50\,000 = 10\,000$. Même calcul : 13 ans.

Correction 23 — BAC [Énoncé]

1. Géom. $u_0 = 2$, $q = 1{,}5$.
2. $u_n = 2 \times 1{,}5^n$.
3.a) $S_0 = 2$, $S_1 = 2 + 3 = 5$, $S_2 = 2 + 3 + 4{,}5 = 9{,}5$.
3.b) Ajouter $S \leftarrow 2$ avant la boucle, $S \leftarrow S + u$ dans la boucle, afficher S à la fin.
3.c) $S_n = 2 \times \frac{1-1{,}5^{n+1}}{1-1{,}5} = 4(1{,}5^{n+1} - 1)$.

Correction 24 — Vrai/Faux [Énoncé]

a) Vrai : si $q = 1$, $u_{n+1} = u_n$, donc $u_{n+1} - u_n = 0$: arith. de raison 0.
b) Vrai : $\frac{100 \times 101}{2} = 5\,050$.
c) Vrai : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3 \times 2^{n+1}}{3 \times 2^n} = 2$: géom. de raison 2.
d) Faux : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} 1 = n + 1$ ($n+1$ termes égaux à 1).
e) Vrai (si $q > 1$ et $r > 0$) : la croissance exponentielle finit toujours par dépasser la croissance linéaire.

Correction 25 — Problème ouvert [Énoncé]

Arith. : $u_0 = 1$, $u_5 = 1 + 5r = 32 \Rightarrow r = \frac{31}{5} = 6{,}2$. Donc $u_n = 1 + 6{,}2n$.

Géom. : $v_0 = 1$, $v_5 = q^5 = 32 \Rightarrow q = 32^{1/5} = 2$. Donc $v_n = 2^n$.

Correction 26 — Suite et inéquation [Énoncé]

a) $100 - 7n < 0 \Leftrightarrow n > \frac{100}{7} \approx 14{,}3$. Donc $u_n < 0$ à partir de $n = 15$.
b) Termes positifs : $n = 0$ à $n = 14$, soit 15 termes.
c) $S = 15 \times \frac{u_0+u_{14}}{2} = 15 \times \frac{100+2}{2} = 15 \times 51 = 765$.

Correction 27 — Pourcentage [Énoncé]

a) Géom. $p_0 = 200$, $q = 1{,}03$.
b) $p_n = 200 \times 1{,}03^n$.
c) $p_8 = 200 \times 1{,}03^8 \approx 253{,}35$ €.
d) $1{,}03^n \geq 2$. Par calcul : $n \geq 24$ ans.

Correction 28 — Trouver r et q [Énoncé]

a) $r = \frac{u_7-u_3}{7-3} = \frac{37-17}{4} = 5$. $u_0 = u_3 - 3r = 17 - 15 = 2$.
b) $\frac{v_5}{v_2} = q^3 = \frac{96}{12} = 8 \Rightarrow q = 2$. $v_0 = \frac{v_2}{q^2} = \frac{12}{4} = 3$.

Correction 29 — Python graphique [Énoncé]

```
u, v = 5, 5
depassement = []
for n in range(20):
    if v > u:
        depassement.append(n)
    u = 5 + 3 * (n + 1)
    v = 5 * 1.15 ** (n + 1)
print(depassement)
```

Par calcul, $v_n > u_n$ à partir de $n \approx 18$.

Correction 30 — Synthèse finale [Énoncé]

1. (u_n) arith. $u_1 = 5$, $r = 3$. (v_n) géom. $v_1 = 5$, $q = 2$.
2. $u_n = 5 + 3(n-1) = 2 + 3n$. $v_n = 5 \times 2^{n-1}$.
3. $\sum_{k=1}^{10} u_k = 10 \times \frac{5+32}{2} = 185$. $\sum_{k=1}^{10} v_k = 5 \times \frac{1-2^{10}}{1-2} = 5 \times 1\,023 = 5\,115$.
4. $v_n > u_n$: $5 \times 2^{n-1} > 2 + 3n$. Par calcul : $n \geq 5$.
5. La croissance exponentielle (géom.) domine toujours à long terme.