

## Planche 2 – Intervalles et valeur absolue

Seconde • Chapitre 8 • 50 exercices – Approfondissement, Python, tableur, figures, modélisation

### I Approfondissement – Intervalles

#### Exercice 1 – Intervalles et ensembles de nombres [Correction]

- a) L'ensemble  $\mathbb{N}$  est-il un intervalle ?
- b)  $\mathbb{Z}$  est-il un intervalle ?
- c)  $\mathbb{Q} \cap [0; 1]$  est-il un intervalle ?
- d)  $[0; 1] \cap \mathbb{R}$  est-il un intervalle ?

#### Exercice 2 – Inclusions d'intervalles [Correction]

Montrer ou infirmer :

- a)  $[2; 5] \subset [1; 6]$
- b)  $] - 1; 3[ \subset [-1; 3]$
- c)  $[0; +\infty[ \subset \mathbb{R}$
- d)  $\mathbb{R} \subset [0; +\infty[$

#### Exercice 3 – Paramètre et appartenance [Correction]

Trouver les valeurs du paramètre  $k$  telles que  $k \in [-3; 7]$  et  $k^2 \in [0; 16]$ .

#### Exercice 4 – Inéquation paramétrique [Correction]

Résoudre selon la valeur du paramètre réel  $a$  :

$$ax > 1$$

(Discuter les cas  $a > 0$ ,  $a < 0$ ,  $a = 0$ .)

#### Exercice 5 – Longueurs et intervalles [Correction]

Un rectangle a un périmètre de 40 cm. Soit  $\ell$  la longueur ( $\ell >$  largeur).

- a) Exprimer la largeur  $L$  en fonction de  $\ell$ .
- b) Dans quel intervalle est  $\ell$  pour que le rectangle existe ?
- c) Exprimer l'aire  $A(\ell)$ .
- d) Pour  $A \geq 91 \text{ cm}^2$ , dans quel intervalle est  $\ell$  ?

### II Python avancé

#### Exercice 6 – intersection d'intervalles [Correction]

```

1 def intersection(a1, b1, a2, b2):
2     """
3     Intersection de [a1;b1] et [a2;b2]
4     Retourne None si vide
5     """
6     inf = max(a1, a2)
7     sup = min(b1, b2)
8     if inf <= sup:
9         return inf, sup
10    else:
11        return None
12
13 I = (-2, 5)
14 J = (1, 7)
15 res = intersection(I[0], I[1], J[0], J[1])
16 if res:
17     print(f"Intersection : [{res[0]} ; {res[1]}]")
18 else:
19     print("Intersection vide")
    
```

- a) Exécuter mentalement pour  $I = [-2; 5]$ ,  $J = [1; 7]$ .
- b) Tester pour  $I = [-3; 1]$ ,  $J = [2; 5]$ .
- c) Modifier pour afficher aussi la réunion.

#### Exercice 7 – résoudre $|x - a| = r$ en Python [Correction]

```

1 def resoudre_eq_va(a, r):
2     """Resout |x - a| = r"""
    
```

```

3     if r < 0:
4         print("Pas de solution (r < 0)")
5         return []
6     elif r == 0:
7         return [a]
8     else:
9         return [a - r, a + r]
10
11 a = float(input("Centre a : "))
12 r = float(input("Rayon r : "))
13 solutions = resoudre_eq_va(a, r)
14 print(f"Solutions : {solutions}")
    
```

- a) Tester pour  $a = 3$ ,  $r = 2$ .
- b) Tester pour  $a = 5$ ,  $r = 0$ .
- c) Tester pour  $a = 2$ ,  $r = -1$ .

#### Exercice 8 – boucle et valeur absolue [Correction]

```

1 valeurs = [-5, -3, -1, 0, 1, 3, 5]
2 a = 1
3 r = 3
4
5 print("x | |x-a| | dans [a-r;a+r]?")
6 for x in valeurs:
7     va = abs(x - a)
8     dans = va <= r
9     print(f"{x:3} | {va:5.1f} | {dans}")
    
```

- a) Compléter le tableau que produirait ce script.
- b) Quel intervalle est testé ?
- c) Modifier pour  $a = 0$ ,  $r = 4$ .

#### Exercice 9 – encadrement décimal [Correction]

```

1 import math
2
3 def encadrement(x, n):
4     """
5     Donne un encadrement de x a 10^(-n) pres
    
```

```

6 """
7 puissance = 10 ** n
8 inf = math.floor(x * puissance) / puissance
9 sup = inf + 1 / puissance
10 return inf, sup
11
12 x = math.sqrt(2)
13 for n in [0, 1, 2, 3]:
14     inf, sup = encadrement(x, n)
15     print(f"n={n}: {inf} < sqrt(2) < {sup}")
    
```

	A	B	C	D : Dans [a;b]?
1	a	b	x	formule
2	-3	5	2	=SI(ET(C2>=A2; C2<=B2); "Oui";"Non")
3	-3	5	-3	
4	-3	5	6	
5	-3	5	5	

	A : a	B : r	C : inf	D : sup
1	centre	rayon	=A-B	=A+B
2	5	3	=A2-B2	=A2+B2
3	-1	4		
4	0	2,5		

- a) Quels résultats affiche ce script?
- b) Exprimer chaque encadrement sous la forme  $|x-a| \leq r$ .
- c) Modifier pour encadrer  $\pi$ .

- a) Compléter les cellules D3, D4, D5.
- b) Quelle formule calcule  $|x - a|$  en E2?
- c) Modifier D2 pour tester  $|a; b|$ .

- a) Compléter les lignes 3 et 4.
- b) Ajouter colonne E : amplitude ( $= 2r$ ).
- c) Vérifier que  $x = 7$  est dans la solution ligne 2.

**Exercice 10 – crible d'Ératosthène et intervalles [Correction]**

**Exercice 12 – Valeur absolue et distance [Correction]**

```

1 def nombres_premiers_intervalle(a, b):
2     """
3     Retourne les nombres premiers dans [a; b]
4     """
5     premiers = []
6     for n in range(max(2, a), b + 1):
7         est_premier = True
8         for d in range(2, int(n**0.5) + 1):
9             if n % d == 0:
10                est_premier = False
11                break
12            if est_premier:
13                premiers.append(n)
14            return premiers
15
16 print(nombres_premiers_intervalle(10, 50))
    
```

	A	B	C : d(a,b)
1	a	b	formule
2	3	-2	=ABS(A2-B2)
3	-1	4	
4	$\sqrt{2}$	1	
5	$\pi$	3	

- a) Quels nombres premiers sont dans [10; 50]?
- b) Combien y en a-t-il dans [1; 100]?
- c) Dans quel intervalle centré en 50 de rayon  $r$  minimal y a-t-il exactement 5 nombres premiers?

- a) Donner les formules pour C3, C4, C5.
- b) Calculer les valeurs numériques.
- c) Ajouter colonne D :  $|a - b| \leq 1$ ? (formule).

**Exercice 15 – Tableur – températures [Correction]**

Appartenance à [15 ; 25] (confort) :

	A : Jour	B : T°C	C : Confort ?
1	en-tête	valeur	formule
2	Lundi	18	
3	Mardi	27	
4	Mercredi	22	
5	Jeudi	14	
6	Vendredi	25	

- a) Donner la formule pour la colonne C.
- b) Combien de jours sont dans le confort?
- c) Ajouter colonne D : distance à  $T_0 = 20$ .

**III Tableur (style Excel)**

**Exercice 11 – Tableur – intervalles [Correction]**

On veut tester l'appartenance à  $[a; b]$ .

**Exercice 13 – Tableur – encadrement [Correction]**

	A : valeur	B : n	C : inf	D : sup
1	Valeur x	Préc.	formule	formule
2	=RACINE(2)	3	=ENT(A2* 10^B2)/ 10^B2	=C2+1/ 10^B2
3	=PI()	4		
4	=RACINE(3)	2		

- a) Compléter les formules et les valeurs.
- b) Ajouter colonne E : centre de l'encadrement.
- c) Ajouter colonne F : rayon de l'encadrement.

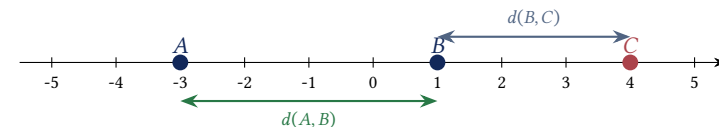
**Exercice 14 – Tableur – résoudre  $|x - a| \leq r$  [Correction]**

Afficher l'intervalle solution de  $|x - a| \leq r$  :

**IV Figures et géométrie**

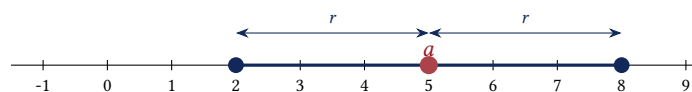
**Exercice 16 – Droite numérique – figure [Correction]**

Sur la droite numérique ci-dessous :



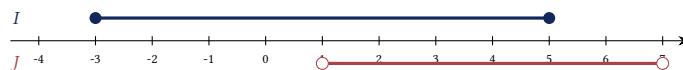
- a) Lire les abscisses de A, B, C.
- b) Calculer  $d(A, B)$ ,  $d(B, C)$ ,  $d(A, C)$ .
- c) Vérifier l'inégalité triangulaire :  $d(A, C) \leq d(A, B) + d(B, C)$ .
- d) Trouver le point M milieu de [AC].

**Exercice 17** – Intervalle centré – figure [ Correction ]



- Lire  $a$  et  $r$  sur la figure.
- Écrire l'intervalle en notation crochet.
- Écrire la caractérisation avec  $|x - a| \leq r$ .
- Vérifier que  $x = 3$  et  $x = 7$  sont dans l'intervalle.

**Exercice 18** – Figure – intersection [ Correction ]



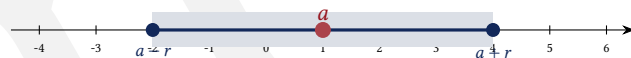
- Lire  $I$  et  $J$  sur la figure.
- Calculer  $I \cap J$  et  $I \cup J$  par lecture graphique.
- Vérifier algébriquement.

**Exercice 19** – Géométrie – points équidistants [ Correction ]

Sur une droite,  $A$  est d'abscisse  $-4$  et  $B$  d'abscisse  $6$ .

- Représenter sur une droite graduée.
- Trouver les points  $P$  tels que  $d(P, A) = d(P, B)$ .
- Trouver les points  $Q$  tels que  $d(Q, A) \leq d(Q, B)$ . Exprimer en termes d'intervalle.

**Exercice 20** – Figure – inéquation graphique [ Correction ]



- Lire  $a$  et  $r$  sur la figure.
- Écrire l'inéquation  $|x - a| \leq r$  correspondante.
- Vérifier que  $x = 0$  est solution et  $x = 5$  ne l'est pas.

**V Problèmes et modélisation**

**Exercice 21** – Contexte – fabrication [ Correction ]

Une vis doit avoir un diamètre  $d$  (en mm) dans  $[4,98; 5,02]$ .

- Écrire la condition sous la forme  $|d - d_0| \leq e$ .
- Donner  $d_0$  et  $e$ .
- Une vis de diamètre  $5,025$  est-elle acceptable?

**Exercice 22** – Contexte – pharmacologie [ Correction ]

La concentration  $c$  d'un médicament (en mg/L) doit vérifier  $|c - 8| \leq 2$  pour être efficace et non toxique.

- Donner l'intervalle des concentrations admissibles.
- Une concentration de  $9,5$  mg/L est-elle admissible?
- Quelle concentration est à la frontière de l'intervalle?

**Exercice 23** – Contexte – GPS [ Correction ]

Un GPS indique une position avec une précision de  $\pm 5$  m. La vraie position  $P$  satisfait  $|P - P_0| \leq 5$ .

- Si  $P_0 = 100$  m, dans quel intervalle est  $P$ ?
- Deux GPS indiquent  $P_1 = 102$  m et  $P_2 = 107$  m. Peuvent-ils correspondre à la même vraie position?

**Exercice 24** – Contexte – économie [ Correction ]

Le cours d'une action varie selon  $|C - C_0| \leq 10$  avec  $C_0 = 50€$ .

- Donner l'intervalle des cours possibles.
- Exprimer sous forme d'inégalité double.
- Si le cours dépasse  $58€$ , l'investisseur vend. Résoudre  $C > 58$ .

**Exercice 25** – Contexte – musique [ Correction ]

La fréquence  $f$  (en Hz) d'un La standard est  $440$  Hz. Un instrument est accordé si  $|f - 440| \leq 2$ .

- Donner l'intervalle des fréquences acceptables.
- Une fréquence de  $441,5$  Hz est-elle acceptable?
- Quelle est l'amplitude de tolérance?

**VI Exercices avancés**

**Exercice 26** – Résoudre avec paramètre [ Correction ]

Résoudre  $|x - 2| \leq k$  selon les valeurs de  $k$  :

- $k > 0$
- $k = 0$
- $k < 0$

**Exercice 27** – Double inégalité et valeur absolue [ Correction ]

Résoudre simultanément :  $|x - 1| \leq 3$  et  $|x + 2| \leq 4$  (Calculer chaque intervalle puis faire l'intersection.)

**Exercice 28** – Réunion de solutions [ Correction ]

Résoudre :  $|x - 3| \geq 2$  ou  $x \geq 6$

**Exercice 29** – Inéquation avec  $|ax + b|$  [ Correction ]

Résoudre :

- $|2x - 4| \leq 6$
- $|3x + 1| \geq 4$
- $|-x + 5| < 3$
- $|\frac{x-1}{2}| \leq 2$

**Exercice 30** – Équation  $|f(x)| = |g(x)|$  [ Correction ]

Résoudre  $|x - 1| = |x + 3|$ .

(Méthode :  $|A| = |B| \Leftrightarrow A = B$  ou  $A = -B$ .)

**Exercice 31** – Preuve – propriété [ Correction ]

Montrer que pour tous réels  $a$  et  $b$  :

$$|a| - |b| \leq |a - b|$$

(Utiliser l'inégalité triangulaire avec  $a = (a - b) + b$ .)

**Exercice 32** – Problème – segment [Correction]

Sur une droite, on cherche les points  $M$  d'abscisse  $x$  tels que  $d(M, A) + d(M, B) = d(A, B)$  avec  $A(-2)$  et  $B(4)$ .

- Interpréter géométriquement.
- Montrer que  $M \in [-2; 4]$ .

**Exercice 33** – Intervalle et racines [Correction]

- Résoudre  $x^2 \leq 9$  et donner le résultat sous forme d'intervalle.
- Résoudre  $x^2 \geq 4$ .
- Résoudre  $1 \leq x^2 \leq 9$ .

**Exercice 34** – Valeur absolue et encadrement [Correction]

On donne  $2 < \sqrt{5} < 3$ .

- Encadrer  $\sqrt{5}$  à  $10^{-1}$  (calculatrice autorisée).
- Trouver  $a$  et  $r$  tels que  $|\sqrt{5} - a| \leq r$  avec  $r = 0,1$ .
- Vérifier que  $a = 2,25$  convient pour  $r = 0,05$  (encadrement à  $10^{-2}$ ).

**Exercice 35** – Problème – deux inéquations [Correction]

Résoudre le système :

$$\begin{cases} x + 3 \geq 1 \\ |x - 4| \leq 3 \end{cases}$$

Donner le résultat sous forme d'intervalle et représenter.

**VII Python – algorithmes avancés**

**Exercice 36** – résolution numérique  $|x - a| \leq r$  [Correction]

```
1 def test_appartenance(x_list, a, r):
2     """
3     Teste quelles valeurs de x_list
4     appartiennent a [a-r ; a+r]
5     """
6     solutions = []
7     for x in x_list:
```

```
8         if abs(x - a) <= r:
9             solutions.append(x)
10        return solutions
11
12    valeurs = list(range(-10, 11))
13    a, r = 2, 4
14    sol = test_appartenance(valeurs, a, r)
15    print(f"Solutions entieres : {sol}")
16    print(f"Intervalle : [{a-r} ; {a+r}]"
```

- Quelles valeurs entières sont solutions ?
- Modifier pour  $a = 0, r = 5$ .
- Adapter le script pour tester  $|x - a| \geq r$ .

**Exercice 37** – dichotomie [Correction]

```
1 import math
2
3 def dichotomie_racine2(precision):
4     """
5     Encadrement de sqrt(2) par dichotomie
6     jusqu'a la precision souhaitee
7     """
8     a, b = 1.0, 2.0
9     while b - a > precision:
10        m = (a + b) / 2
11        if m * m < 2:
12            a = m
13        else:
14            b = m
15    return a, b
16
17 for p in [0.1, 0.01, 0.001]:
18    inf, sup = dichotomie_racine2(p)
19    print(f"precision {p}: {inf:.4f} < sqrt(2) < {sup:.4f}")
```

- Comprendre l'algorithme de dichotomie.
- Pour chaque précision, exprimer le résultat sous la forme  $|\sqrt{2} - a| \leq r$ .
- Adapter pour encadrer  $\sqrt{3}$ .

**Exercice 38** – statistiques et intervalles [Correction]

```
1 notes = [12, 15, 8, 17, 11, 14, 9, 16, 13, 10]
2
3 moyenne = sum(notes) / len(notes)
4 ecart_type = (sum((x - moyenne)**2
5                 for x in notes) / len(notes))**0.5
6
7 print(f"Moyenne : {moyenne}")
```

```
8 print(f"ecart-type : {ecart_type:.2f}")
9
10 # Intervalle [moy - ecart ; moy + ecart]
11 a = moyenne - ecart_type
12 b = moyenne + ecart_type
13 dans_intervalle = [x for x in notes if a <= x <= b]
14 print(f"Notes dans [{a:.1f} ; {b:.1f}] : {dans_intervalle}")
```

- Calculer la moyenne et l'écart-type à la main.
- Quelles notes sont dans  $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$  ?
- Exprimer cet intervalle sous la forme  $|x - a| \leq r$ .

**Exercice 39** – dessin droite graduée [Correction]

```
1 def afficher_droite(a_int, b_int, xmin=-10, xmax=10)
2 :
3     """
4     Affiche une droite numerique en texte
5     avec l'intervalle [a_int ; b_int] marque
6     """
7     ligne = ""
8     for x in range(xmin, xmax + 1):
9         if a_int <= x <= b_int:
10            ligne += "==="
11        else:
12            ligne += "----"
13        if x == 0:
14            ligne += "|"
15        else:
16            ligne += "+"
17    print(f"[{xmin}] {ligne} [{xmax}]")
18    print(f"Intervalle : [{a_int} ; {b_int}]")
19
20 afficher_droite(-3, 4)
```

- Que produit le script ?
- Modifier pour afficher  $]a; b[$  (exclure les bornes).
- Modifier pour afficher  $[a - r; a + r]$  à partir de  $a$  et  $r$ .

**Exercice 40** – Intersection et réunion [Correction]

Écrire un script Python qui :

- Demande deux intervalles  $[a_1; b_1]$  et  $[a_2; b_2]$ .
- Calcule et affiche leur intersection.
- Calcule et affiche leur réunion.
- Affiche « vide » si l'intersection est vide.

**VIII Synthèse finale**

**Exercice 41** – Bilan – intervalles [ Correction ]

Répondre sans calculatrice :

- Donner deux éléments de  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .
- Écrire  $[-4; 2]$  sous la forme  $|x - a| \leq r$ .
- Résoudre  $|x + 3| \leq 5$  et représenter.
- Calculer  $[-3; 4] \cap [1; 7]$  et  $[-3; 4] \cup [1; 7]$ .

**Exercice 42** – Bilan – valeur absolue [ Correction ]

- Simplifier  $|2x - 6|$  pour  $x > 3$ .
- Résoudre  $|x - 5| = |2x + 1|$ .
- Résoudre  $|x| < x$ .
- Calculer  $||x - 3| - 2|$  pour  $x = 6$ .

**Exercice 43** – Intervalle et fonction [ Correction ]

Soit  $f(x) = 2x - 1$ .

- Pour  $x \in [-1; 3]$ , dans quel intervalle est  $f(x)$ ?
- Résoudre  $f(x) \in [1; 5]$ .
- Résoudre  $|f(x) - 2| \leq 1$ .

**Exercice 44** – Deux intervalles mobiles [ Correction ]

Soit  $I_k = [k - 1; 2k + 1]$  pour  $k \in \mathbb{R}$ .

- Pour  $k = 2$ , donner  $I_2$ .
- Pour quelle valeur de  $k$  l'intervalle  $I_k$  est-il centré en 3?
- Pour quelles valeurs de  $k$  a-t-on  $0 \in I_k$ ?

**Exercice 45** – Problème – énergie [ Correction ]

L'énergie  $E$  (en joules) d'une particule vérifie  $|E - E_0| \leq \Delta E$  avec  $E_0 = 1,2 \times 10^{-19}$  J et  $\Delta E = 0,3 \times 10^{-19}$  J.

- Donner l'intervalle des énergies possibles.
- Calculer l'amplitude de cet intervalle.
- L'énergie  $1,4 \times 10^{-19}$  J est-elle possible?

**Exercice 46** – Problème ouvert – optimisation [ Correction ]

On cherche le point  $M$  d'abscisse  $x \in [0; 6]$  qui minimise  $d(M, A) + d(M, B)$  avec  $A(2)$  et  $B(5)$ .

- Exprimer  $f(x) = d(M, A) + d(M, B) = |x - 2| + |x - 5|$ .
- Calculer  $f(0), f(2), f(3,5), f(5), f(6)$ .
- Quel  $x \in [0; 6]$  minimise  $f(x)$ ? Justifier.

**Exercice 47** – Démonstration – distance et intervalle [ Correction ]

Montrer que si  $x \in [a - r; a + r]$ , alors  $|x - a| \leq r$ . (Raisonnement à partir de la définition de l'intervalle.)

**Exercice 48** – Démonstration – réciproque [ Correction ]

Montrer que si  $|x - a| \leq r$  (avec  $r \geq 0$ ), alors  $x \in [a - r; a + r]$ .

**Exercice 49** – Club de maths – inégalité [ Correction ]

Soit  $a$  et  $b$  deux réels.

- Montrer que  $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$  (inégalité arithmético-géométrique).
- En déduire  $|ab| \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$ .
- Application : majorer  $|2x - 1| \cdot |x + 3|$  pour  $x \in [-1; 1]$ .

**Exercice 50** – Club de maths – généralisation [ Correction ]

Montrer que pour tous réels  $x, a, b$  :

$$|x - a| \leq |x - b| + |b - a|$$

et interpréter géométriquement en termes de distances.

**Rappel** –  $|x - a| = r \Leftrightarrow x = a \pm r$ .  $|x - a| \leq r \Leftrightarrow x \in [a - r; a + r]$ .  $|x - a| \geq r \Leftrightarrow x \leq a - r$  ou  $x \geq a + r$ .  $d(a, b) = |a - b|$ . Tableur : ABS() pour la valeur absolue. Python : abs() pour la valeur absolue.

**CORRIGÉ — PLANCHE 2 — CH.8**

Approfondissement, Python, tableur, figures, modélisation

**Correction 1** – Intervalles et  $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$  [Énoncé]

$\mathbb{N}$  : non (pas de réels entre les entiers).  $\mathbb{Z}$  : non.  $\mathbb{Q} \cap [0; 1]$  : non (manque les irrationnels).  $[0; 1] \cap \mathbb{R} = [0; 1]$  : oui.

**Correction 2** – Inclusions [Énoncé]

a) V. b) V. c) V. d) F.

**Correction 3** – Paramètre [Énoncé]

$k \in [-3; 7]$  et  $k^2 \leq 16 \Rightarrow |k| \leq 4 \Rightarrow k \in [-4; 4]$ .  $k \in [-3; 4]$  (intersection).

**Correction 4** – Paramètre  $a$  [Énoncé]

$a > 0 : x > \frac{1}{a}$ , soit  $]\frac{1}{a}; +\infty[$ .  $a < 0 : x < \frac{1}{a}$ , soit  $]-\infty; \frac{1}{a}[$ .  $a = 0 : 0 > 1$ , impossible :  $\emptyset$ .

**Correction 5** – Rectangle [Énoncé]

$L = 20 - \ell$ .  $\ell \in ]10; 20[$ .  $A(\ell) = \ell(20 - \ell)$ .  $A \geq 91 \Rightarrow \ell^2 - 20\ell + 91 \leq 0 \Rightarrow (\ell - 7)(\ell - 13) \leq 0 \Rightarrow \ell \in [7; 13]$ .

**Correction 6** – Python – intersection [Énoncé]

$[-2; 5] \cap [1; 7] = [1; 5]$ .  $[-3; 1] \cap [2; 5] = \text{vide}$ . Réunion : si intersect non vide,  $[\min(a_1, a_2); \max(b_1, b_2)]$  sinon deux intervalles séparés.

**Correction 7** – Python –  $|x - a| = r$  [Énoncé]

$a = 3, r = 2 : [1, 5]$ .  $a = 5, r = 0 : [5]$ .  $a = 2, r = -1 : []$  (vide).

**Correction 8** – Python – boucle [Énoncé]

Teste  $|x - 1| \leq 3$ , soit  $x \in [-2; 4]$ . Valeurs dans l'intervalle :  $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  (parmi  $-5, -3, -1, 0, 1, 3, 5$ ) :  $-1, 0, 1, 3$ .

**Correction 9** – Python – encadrement [Énoncé]

$n = 0 : 1 < \sqrt{2} < 2$ .  $n = 1 : 1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ .  $n = 2 : 1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ .  $n = 3 : 1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ . Chaque encadrement :  $a = \frac{b_{inf} + b_{sup}}{2}$ ,  $r = \frac{1}{2 \times 10^n}$ .

**Correction 10** – Crible [Énoncé]

Premiers dans  $[10; 50]$  : 11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47 (11 nombres). Dans  $[1; 100]$  : 25 nombres premiers. 5 premiers autour de 50 :  $[41; 59]$  suffit.

**Correction 11** – Tableur – intervalles [Énoncé]

D3 : "Oui" ( $-3 \in [-3; 5]$ ). D4 : "Non" ( $6 > 5$ ). D5 : "Oui" ( $5 \leq 5$ ). E2 :  $=ABS(C2 - A2)$ . Ouvert :  $=SI(ET(C2 > A2; C2 < B2); "Oui"; "Non")$ .

**Correction 12** – Tableur – distance [Énoncé]

C3 :  $=ABS(-1 - 4) = 5$ . C4 :  $=ABS(RACINE(2) - 1) \approx 0,41$ . C5 :  $=ABS(PI() - 3) \approx 0,14$ . D :  $=SI(ABS(A2 - B2) <= 1; "Oui"; "Non")$ .

**Correction 13** – Tableur – encadrement [Énoncé]

Ligne 3 ( $\pi, n = 4$ ) : C3  $\approx 3,1415$ , D3  $\approx 3,1416$ . Ligne 4 ( $\sqrt{3}, n = 2$ ) : C4 = 1,73, D4 = 1,74. E :  $=(C+D)/2$ . F :  $=D - C$  ou  $=1/10^A B$ .

**Correction 14** – Tableur –  $|x - a| \leq r$  [Énoncé]

Ligne 3 : C3 = -5, D3 = 3. Ligne 4 : C4 = -2,5, D4 = 2,5. E :  $=2 * B$ .  $x = 7 : 7 \leq 8$  : oui.

**Correction 15** – Tableur – températures [Énoncé]

Formule C :  $=SI(ET(B2 >= 15; B2 <= 25); "Oui"; "Non")$ . Oui : lundi, mercredi, vendredi (3 jours). D :  $=ABS(B2 - 20)$ .

**Correction 16** – Figure droite [Énoncé]

$A(-3), B(1), C(4)$ .  $d(A, B) = 4$ ;  $d(B, C) = 3$ ;  $d(A, C) = 7$ .  $7 \leq 4 + 3 = 7$  (égalité : B entre A et C). Milieu M de  $[AC]$  : abscisse  $\frac{-3+4}{2} = 0,5$ .

**Correction 17** – Intervalle centré [Énoncé]

$a = 5, r = 3, [2; 8]$ ,  $|x - 5| \leq 3$ .  $x = 3 : |3 - 5| = 2 \leq 3$  ☑.  $x = 7 : |7 - 5| = 2 \leq 3$  ☑.

**Correction 18** – Figure intersection [Énoncé]

$I = [-3; 5], J = ]1; 7[$ .  $I \cap J = ]1; 5]$ ,  $I \cup J = [-3; 7]$ .

**Correction 19** – Équidistants [Énoncé]

$d(P, A) = d(P, B) \Rightarrow |x + 4| = |x - 6| \Rightarrow x = 1$  (milieu).  $d(Q, A) \leq d(Q, B) \Rightarrow |x + 4| \leq |x - 6| \Rightarrow Q \in ]-\infty; 1]$ .

**Correction 20** – Figure inéquation [Énoncé]

$a = 1, r = 3$ .  $|x - 1| \leq 3$ .  $x = 0 : |0 - 1| = 1 \leq 3$  ☑.  $x = 5 : |5 - 1| = 4 > 3$  : non.

**Correction 21** – Fabrication [Énoncé]

$|d-5| \leq 0,02, d_0 = 5, e = 0,02. 5,025 : |5,025-5| = 0,025 > 0,02 :$   
non acceptable.

**Correction 22** – Pharmacologie [Énoncé]

$c \in [6; 10]. 9,5 \in [6; 10] :$  oui. Frontière :  $c = 6$  ou  $c = 10$ .

**Correction 23** – GPS [Énoncé]

$P \in [95; 105]. P_1 = 102 \in [95; 105] :$  possible.  $P_2 = 107 \notin [95; 105] :$  impossible. Non : ils ne peuvent pas correspondre à la même position.

**Correction 24** – Économie [Énoncé]

$C \in [40; 60]. 40 \leq C \leq 60. C > 58 : C \in ]58; 60]$ .

**Correction 25** – Musique [Énoncé]

$f \in [438; 442]. 441,5 \in [438; 442] :$  oui. Amplitude = 4 Hz.

**Correction 26** – Paramètre  $k$  [Énoncé]

$k > 0 : x \in [2 - k; 2 + k]. k = 0 : x = 2. k < 0 : \emptyset.$

**Correction 27** – Double inéquation [Énoncé]

$|x - 1| \leq 3 \Rightarrow [-2; 4]. |x + 2| \leq 4 \Rightarrow [-6; 2]. \cap = [-2; 2].$

**Correction 28** – Réunion [Énoncé]

$|x - 3| \geq 2 \Rightarrow x \leq 1$  ou  $x \geq 5$ . Réunion avec  $x \geq 6 : x \leq 1$  ou  $x \geq 5$ .

**Correction 29** –  $|ax + b|$  [Énoncé]

a)  $[-1; 5].$  b)  $-\infty; -\frac{5}{3}] \cup [1; +\infty[.$  c)  $]2; 8[.$  d)  $[-3; 5].$

**Correction 30** –  $|f| = |g|$  [Énoncé]

$|x - 1| = |x + 3|.$  Cas 1 :  $x - 1 = x + 3 \Rightarrow -1 = 3 :$  impossible.  
Cas 2 :  $x - 1 = -(x + 3) \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1.$

**Correction 31** – Preuve [Énoncé]

$|a| = |(a - b) + b| \leq |a - b| + |b|,$  donc  $|a| - |b| \leq |a - b|.$

**Correction 32** – Segment [Énoncé]

$M$  entre  $A$  et  $B : d(M, A) + d(M, B) = d(A, B) = 6. |x + 2| + |x - 4| = 6 :$  solutions pour  $x \in [-2; 4].$

**Correction 33** – Racines [Énoncé]

a)  $x^2 \leq 9 \Rightarrow [-3; 3].$  b)  $x^2 \geq 4 \Rightarrow -\infty; -2] \cup [2; +\infty[.$   
c)  $[-3; -1] \cup [1; 3].$

**Correction 34** –  $\sqrt{5}$  [Énoncé]

$\sqrt{5} \approx 2,236.$  Encadrement  $10^{-1} : 2,2 < \sqrt{5} < 2,3, a = 2,25,$   
 $r = 0,05. |\sqrt{5} - 2,25| \approx |2,236 - 2,25| = 0,014 < 0,05 \boxtimes.$

**Correction 35** – Système [Énoncé]

$x \geq -2; |x - 4| \leq 3 \Rightarrow [1; 7]. \cap = [1; 7].$

**Correction 36** – Python avancé [Énoncé]

$|x - 2| \leq 4 \Rightarrow [-2; 6].$  Entiers :  $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.$  Adapter : `if abs(x-a) >= r.`

**Correction 37** – Dichotomie [Énoncé]

$p = 0,1 : 1,4 < \sqrt{2} < 1,5, |\sqrt{2} - 1,45| \leq 0,05. p = 0,01 :$   
 $1,41 < \sqrt{2} < 1,42, |\sqrt{2} - 1,415| \leq 0,005.$  Adapter : remplacer 2 par 3 et conditions par  $m^2 < 3.$

**Correction 38** – Statistiques [Énoncé]

$\bar{x} = 12,5. \sigma \approx 2,69.$  Notes dans  $[9,81; 15,19] : 10, 12, 15, 11, 14, 13$   
(6 notes).  $|x - 12,5| \leq 2,69.$

**Correction 39** – Droite textuelle [Énoncé]

Affiche une représentation ASCII avec `===` pour  $[-3; 4].$  Ouvert : changer la condition en  $a\_int < x < b\_int.$

**Correction 40** – Script intersection/réunion [Énoncé]

Script avec `input()`, calcul de  $\max(a_1, a_2)$  et  $\min(b_1, b_2)$  pour l'intersection.

**Correction 41** – Bilan intervalles [Énoncé]

a) 0 et 1. b) Centre  $-1,$  rayon 3 :  $|x + 1| \leq 3.$  c)  $[-8; 2].$   
d)  $\cap = [1; 4], \cup = [-3; 7].$

**Correction 42** – Bilan valeur absolue [Énoncé]

a)  $|2x - 6| = 2(x - 3) = 2x - 6$  pour  $x > 3.$  b)  $x - 5 = 2x + 1 \Rightarrow x = -6; x - 5 = -(2x + 1) \Rightarrow x = \frac{4}{3}.$  c)  $|x| < x$  seulement pour  $x > 0$  (et même  $|x| = x$  pour  $x > 0$ ) :  $\emptyset.$  d)  $|6 - 3 - 2| = |1| = 1.$

**Correction 43** – Fonction et intervalle [Énoncé]

$x \in [-1; 3] \Rightarrow f(x) \in [-3; 5]. 1 \leq 2x - 1 \leq 5 \Rightarrow x \in [1; 3].$   
 $|f(x) - 2| \leq 1 \Rightarrow |2x - 3| \leq 1 \Rightarrow x \in [1; 2].$

**Correction 44** – Intervalle mobile [Énoncé]

$I_2 = [1; 5].$  Centré en 3 :  $\frac{k-1+2k+1}{2} = 3 \Rightarrow k = 2. 0 \in I_k \Leftrightarrow k - 1 \leq 0 \leq 2k + 1 \Leftrightarrow k \leq 1$  et  $k \geq -\frac{1}{2} : k \in [-\frac{1}{2}; 1].$

**Correction 45** – Énergie [Énoncé]

$E \in [0,9 \times 10^{-19}; 1,5 \times 10^{-19}].$  Amplitude =  $0,6 \times 10^{-19} \text{ J}.$   
 $1,4 \times 10^{-19} \in [0,9; 1,5] \times 10^{-19} :$  oui.

**Correction 46** – Optimisation [Énoncé]

$f(0) = 7; f(2) = 3; f(3,5) = 3; f(5) = 3; f(6) = 4.$  Pour  $x \in [2; 5] : f(x) = 3$  (minimum). Tout  $x \in [2; 5]$  minimise  $f.$

**Correction 47** – Démonstration [Énoncé]

$x \in [a - r; a + r] \Rightarrow a - r \leq x \leq a + r \Rightarrow -r \leq x - a \leq r \Rightarrow |x - a| \leq r.$

**Correction 48** – Réciproque [Énoncé]

$$|x - a| \leq r \Rightarrow -r \leq x - a \leq r \Rightarrow a - r \leq x \leq a + r \Rightarrow x \in [a - r; a + r].$$

**Correction 49** – Club de maths [Énoncé]

$$0 \leq (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \Rightarrow 2ab \leq a^2 + b^2. \quad |ab| \leq \frac{a^2 + b^2}{2}. \quad \text{Pour } x \in [-1; 1] : a^2 = (2x - 1)^2 \leq 9, b^2 = (x + 3)^2 \leq 16 : \text{majoration.}$$

**Correction 50** – Généralisation [Énoncé]

$|x - a| = |(x - b) + (b - a)| \leq |x - b| + |b - a|$  (inégalité triangulaire). Géométriquement : la distance de  $x$  à  $a$  est inférieure à la somme des distances de  $x$  à  $b$  et de  $b$  à  $a$ .