

DS Blanc n°2 – Chapitre 6

Entraînement – Raisonnement et irrationnels

55 min • /20

Exercice 1 – Appartenance – 4 pts [Correction]

Déterminer le plus petit ensemble : $\frac{(\sqrt{2})^4}{4}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$; $\sqrt{(-3)^2}$; $(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)$.

Exercice 2 – Raisonnement – 6 pts [Correction]

- Montrer que la somme d'un rationnel et d'un irrationnel est irrationnelle.
- En déduire que $2 + \sqrt{3}$ est irrationnel.
- Le produit de deux irrationnels est-il toujours irrationnel ? Justifier par un exemple et un contre-exemple.

Exercice 3 – Encadrements – 4 pts [Correction]

On sait que $3,141 < \pi < 3,142$.

- Encadrement de 2π à 10^{-3} .
- Encadrement de $\pi - 3$ à 10^{-3} .
- L'arrondi de π à 10^{-2} .

Exercice 4 – Démonstration – 6 pts [Correction]

- Démontrer que $\sqrt{3}$ est irrationnel.
- Démontrer que $\frac{7}{15} \notin \mathbb{D}$.
- En déduire que $\frac{14}{15} \notin \mathbb{D}$.

Ex. 1 : 4 Ex. 2 : 6 Ex. 3 : 4 Ex. 4 : 6 /20

CORRIGÉ – DS BLANC N°2 – CH.6**Correction 1 – Appartenance [Énoncé]**

$1 \in \mathbb{N}$. $4 \in \mathbb{N}$. $3 \in \mathbb{N}$. $4 \in \mathbb{N}$.

Correction 2 – Raisonnement [Énoncé]

a) Si $q + r = s \in \mathbb{Q} : r = s - q \in \mathbb{Q}$: contradiction. **CQFD** b) $2 \in \mathbb{Q}$, $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$: irrationnel. $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \in \mathbb{Q}$ (rationnel). $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6} \notin \mathbb{Q}$ (irrationnel). Pas toujours.

Correction 3 – π [Énoncé]

a) $6,282 < 2\pi < 6,284$. b) $0,141 < \pi - 3 < 0,142$. c) $\pi \approx 3,14$.

Correction 4 – Démonstrations [Énoncé]

a) Absurde : $3b^2 = a^2 \Rightarrow 3 \mid a \Rightarrow 3 \mid b$: contradiction. **CQFD** b) Absurde : $7 \times 10^n = 15a \Rightarrow 3 \mid 10^n$: impossible. **CQFD**
c) Si $\frac{14}{15} \in \mathbb{D} : \frac{7}{15} = \frac{1}{2} \times \frac{14}{15} \in \mathbb{D}$: contradiction. **CQFD**