Planche 1 — Les vecteurs (2/2)

Seconde • Chapitre 5 • 40 exercices — Produit, coordonnées, déterminant

I Produit d'un vecteur par un réel

Exercice 1 — Calcul de coordonnées [Correction]

On considère $\vec{u}\binom{2}{-3}$. Calculer les coordonnées des vecteurs suivants : $3\vec{u}$, $\quad -4\vec{u}$, $\quad \frac{2}{3}\vec{u}$, $\quad -4{,}5\vec{u}$.

Exercice 2 — Combinaison linéaire [Correction]

On considère $\vec{u}\binom{2}{4}$ et $\vec{v}\binom{-1}{3}$. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$.

Exercice 3 — Vecteurs et opérations [Correction]

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées $\vec{u}\binom{2}{-3}$ et $\vec{v}\binom{-1}{5}$. Calculer les coordonnées de $\vec{w}$, $\vec{m}$ et $\vec{z}$ tels que : $\vec{u}+\vec{w} = \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{m} = \vec{v}$, $\quad \vec{z} - \vec{u} = \vec{v}$.

Exercice 4 — Coordonnées de vecteurs [Correction]

On considère les points $A(1;2)$, $B(-2;5)$ et $C(-3;-3)$. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CA}$ et $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$.

Exercice 5 — Normes [Correction]

Calculer la norme des vecteurs suivants : $\vec{u}\binom{3}{4}$, $\quad \vec{v}\binom{-6}{8}$, $\vec{w}\binom{1}{-5}$, $\quad \vec{m}\binom{-3}{-7}$, $\quad \vec{n}\binom{-4}{-3}$.

Exercice 6 — Point inconnu [Correction]

Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont $\binom{-2}{3}$. Les coordonnées du point A sont $(5;2)$. Calculer les coordonnées du point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

Exercice 7 — Parallélogramme [Correction]

On considère les points $E(2;-1)$, $F(-3;4)$ et $G(1;4)$. Déterminer les coordonnées du point H pour que $EFGH$ soit un parallélogramme.

Exercice 8 — Produit et point [Correction]

On considère les points $A(3;-4)$ et $B(-1;2)$. Quelles sont les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$?

Exercice 9 — Relation vectorielle [Correction]

On considère les points $M(-4;2)$, $N(0;3)$ et $P(1;-5)$. Calculer les coordonnées du point Q défini par $\overrightarrow{MQ} = -3\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PN}$.

Exercice 10 — Calcul mental [Correction]

Calculer mentalement (résultats en secondes) :

a) $\sqrt{3^2 + 4^2}$
b) $\sqrt{5^2 + 12^2}$
c) $\sqrt{(-6)^2 + 8^2}$
d) $\sqrt{(2-5)^2 + (1-5)^2}$

II Coordonnées et vecteurs $\overrightarrow{AB}$

Exercice 11 — Coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ [Correction]

Dans chaque cas, calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$:

a) $A(2;3)$ et $B(5;7)$
b) $A(-1;4)$ et $B(3;-2)$
c) $A(0;-5)$ et $B(-3;0)$
d) $A\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$ et $B\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$

Exercice 12 — Distance entre deux points [Correction]

Calculer la distance AB dans chaque cas :

a) $A(0;0)$ et $B(3;4)$
b) $A(1;2)$ et $B(4;6)$
c) $A(-2;1)$ et $B(3;-1)$
d) $A(5;-3)$ et $B(-1;5)$

Exercice 13 — Milieu d'un segment [Correction]

Calculer les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$:

a) $A(2;4)$ et $B(8;2)$
b) $A(-3;1)$ et $B(5;7)$
c) $A(0;-6)$ et $B(4;0)$

Exercice 14 — Nature d'un quadrilatère [Correction]

On considère $M(-2;-2)$, $N(3;1)$, $P(0;6)$ et $Q(-5;3)$.

a) Calculer $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{QP}$. Quelle est la nature de $MNPQ$?
b) Calculer MN, NP et MP.

Exercice 15 — Points et vecteurs [Correction]

$A(5;-6)$ et $B(-2;6)$. Le point C est le milieu de $[AB]$. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Exercice 16 — Parallélogramme et coordonnées [Correction]

A, B, C ont pour coordonnées $(1;4)$, $(4;6)$, $(2;3)$.

a) Trouver le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
b) Montrer que $ABCD$ est un losange.

Exercice 17 — Point défini par relation vectorielle [Correction]

$D(-4;2)$, $E(0;3)$ et $F(1;-5)$. Calculer les coordonnées du point G défini par $\overrightarrow{DG} = -3\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{DF}$.

Exercice 18 — Vecteur somme [Correction]

$A(5;1)$, $B(-2;3)$, $C(4;-1)$.

a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
b) Trouver D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Exercice 19 — Triangle rectangle [Correction]

$M(6;1)$, $N(2;4)$, $P(-1;-1)$. Trouver Q tel que $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP}$.

Exercice 20 — Vecteur et norme [Correction]

$\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$. Calculer la norme de $\vec{u}$, de $\vec{v}$, puis de $\vec{u}+\vec{v}$.

III Déterminant et colinéarité

Exercice 21 — Calcul de déterminants [Correction]

Pour chaque paire, calculer le déterminant, dire si les vecteurs sont colinéaires, et si oui donner le coefficient de colinéarité.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-4{,}5\end{pmatrix}$
b) $\vec{s}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}14\\4\end{pmatrix}$
c) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{r}\begin{pmatrix}3\\4{,}5\end{pmatrix}$
d) $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-4{,}5\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-8\\12\end{pmatrix}$

Exercice 22 — Colinéarité avec fraction [Correction]

$\vec{s}\begin{pmatrix}1/7\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{m}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$. Ces vecteurs sont-ils colinéaires ?

Exercice 23 — QCM — Colinéarité [Correction]

On considère $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$, $\vec{w}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$, $\vec{z}\begin{pmatrix}9\\6\end{pmatrix}$. Lesquels parmi les affirmations suivantes sont vraies ?

a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
b) $\vec{v}$ et $\vec{z}$ sont colinéaires.
c) $\vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{w}$
d) $\vec{z} = 3\vec{u}$

Exercice 24 — Colinéarité et algèbre [Correction]

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}k\\4\end{pmatrix}$. Trouver la valeur de k pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

Exercice 25 — Points alignés [Correction]

$A(3;-2)$, $B(2;4)$, $C(1;7)$. Les points A, B, C sont-ils alignés ? Si oui, calculer k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Exercice 26 — Droites parallèles [Correction]

Dire si $(AB) \parallel (CD)$ dans chaque cas :

a) $A(-2;1)$, $B(3;4)$, $C(2;2)$, $D(7;5)$
b) $A(2;2)$, $B(5;4)$, $C(1;4)$, $D(-2;2)$
c) $A(3;4)$, $B(5;0)$, $C(0;5)$, $D(3;0)$

Exercice 27 — Alignement [Correction]

Dire si les trois points sont alignés :

a) $A(-4;3)$, $B(2;3)$, $C(6;3)$
b) $D(2;5)$, $E(-4;-3)$, $F(5;9)$
c) $G(-2;1)$, $H(3;4)$, $I(5;5)$

Exercice 28 — Point sur une droite [Correction]

Dire si C appartient à la droite (AB) :

a) $A(2;3)$, $B(2;-1)$, $C(2;7)$
b) $A(1;4)$, $B(-5;-4)$, $C(4;8)$
c) $A(-3;0)$, $B(2;3)$, $C(4;4)$

Exercice 29 — Déterminant — QCM [Correction]

$D(-3;2)$, $E(2;4)$, $F(0;5)$, $G(1;-3)$. $\det(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{FG})$ est égal à :
a) 38 b) −42 c) −11 d) 21.

Exercice 30 — Colinéarité et valeur inconnue [Correction]

$M(2;4)$, $A(x;5)$, $T(2;1)$, $H(3;x-1)$ où x est réel.

a) Exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{TH}$ en fonction de x.
b) Trouver les valeurs de x pour que $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{TH}$ soient colinéaires.

IV Problèmes

Exercice 31 — Alignement — droites réelles [Correction]

$D(-12;4)$, $E(6;-6)$, $F(30;-20)$. Les points D, E, F sont-ils alignés ? Si oui, donner une relation vectorielle les reliant.

Exercice 32 — Droites parallèles [Correction]

$M(-2;5)$, $N(4;3)$, $P(-1;3)$, $Q(8;0)$. Les droites (MN) et (PQ) sont-elles parallèles ?

Exercice 33 — Nature d'un quadrilatère [Correction]

$D(0;4)$, $E(4;5)$, $F(8;0)$, $G(0;-2)$.

a) Quelle est la nature du quadrilatère $DEFG$?
b) Les droites (EF) et (DG) sont-elles parallèles ?

Exercice 34 — Alignement — trois points [Correction]

A, B, C distincts non alignés. M et N tels que $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

a) Faire une figure.
b) Montrer que $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires.
c) Conclure sur A, M, N.

Exercice 35 — Position relative [Correction]

$V(-1;-1{,}5)$, $A(-2;0)$, $T(5;0)$.

a) Placer E tel que $\overrightarrow{VA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{VE}$. En déduire ses coordonnées.
b) Placer U tel que $\overrightarrow{TU}\binom{-2}{0{,}5}$. En déduire ses coordonnées.
c) Que peut-on dire des droites (OU) et (ET) ?

Exercice 36 — Droites parallèles et alignement [Correction]

$A(-1;3)$, $B(1;6)$, $C(2;4)$, $D(-2;-2)$. K, L, M définis par $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{LC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

a) Calculer les coordonnées de K, L, M.
b) (AB) et (DC) parallèles ?
c) K, L, M alignés ?

Exercice 37 — Algorithme — droites parallèles [Correction]

Proposer un algorithme (en français ou pseudo-code) qui vérifie si les droites (AB) et (CD) sont parallèles à partir des coordonnées de A, B, C, D entrées par l'utilisateur.

Exercice 38 — Algorithme — alignement [Correction]

Proposer un algorithme qui vérifie si trois points A, B, C sont alignés à partir de leurs coordonnées.

Exercice 39 — Coordonnée inconnue [Correction]

$A(6;3)$, $B(-3;0)$, $C(5;4)$, $D(-1;1)$.

a) Montrer que $(OA) \parallel (BC)$.
b) B, C, D sont-ils alignés ?
c) Trouver y pour que $M(25;y) \in (AB)$.

Exercice 40 — Synthèse — colinéarité [Correction]

$A(3;2)$, $B(9;-5)$, $C(-9;16)$. Ces points sont alignés. Calculer k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Rappel — $\det(\vec{u},\vec{v}) = xy' - x'y$. Colinéaires $\Leftrightarrow$ $\det = 0$. $\overrightarrow{AB}\binom{x_B-x_A}{y_B-y_A}$. $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2 + (y_B-y_A)^2}$. Milieu : $\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$.

Corrigé — Planche 1 — Ch.5

Vecteurs (2/2) • Produit, coordonnées, déterminant

Correction 1 — Coordonnées [Énoncé]

$3\vec{u}\binom{6}{-9}$. $-4\vec{u}\binom{-8}{12}$. $\frac{2}{3}\vec{u}\binom{4/3}{-2}$. $-4{,}5\vec{u}\binom{-9}{13{,}5}$.

Correction 2 — Combinaison [Énoncé]

$\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v} = \binom{4}{8} - \binom{-1}{3} = \binom{5}{5}$.

Correction 3 — Vecteurs [Énoncé]

$\vec{w} = \vec{v} - \vec{u} = \binom{-3}{8}$. $\vec{m} = \vec{u} - \vec{v} = \binom{3}{-8}$. $\vec{z} = \vec{u} + \vec{v} = \binom{1}{2}$.

Correction 4 — Coordonnées [Énoncé]

$\overrightarrow{AB} = \binom{-3}{3}$, $\overrightarrow{CA} = \binom{4}{5}$, $\overrightarrow{BC} = \binom{-1}{-8}$, $\overrightarrow{AC} = \binom{-4}{-5}$. $\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CA} = \binom{-3}{3} + \binom{12}{15} = \binom{9}{18}$. $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \binom{-2}{-16} - \binom{-4}{-5} = \binom{2}{-11}$.

Correction 5 — Normes [Énoncé]

$\|\vec{u}\| = 5$. $\|\vec{v}\| = 10$. $\|\vec{w}\| = \sqrt{26}$. $\|\vec{m}\| = \sqrt{58}$. $\|\vec{n}\| = 5$.

Correction 6 — Point inconnu [Énoncé]

$B = A + \vec{u} = (5 + (-2); 2 + 3) = (3; 5)$.

Correction 7 — Parallélogramme [Énoncé]

$EFGH$ parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$. $\overrightarrow{EF} = \binom{-5}{5}$. Donc $H = G - \overrightarrow{EF} = (1 - (-5); 4 - 5) = (6; -1)$.

Correction 8 — Produit [Énoncé]

$\overrightarrow{AB} = \binom{-4}{6}$. $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB} = \binom{8}{-12}$. $C = A + \overrightarrow{AC} = (3+8; -4-12) = (11; -16)$.

Correction 9 — Relation [Énoncé]

$\overrightarrow{MN} = \binom{4}{1}$, $\overrightarrow{PN} = \binom{-1}{8}$. $\overrightarrow{MQ} = -3\binom{4}{1} + \binom{-1}{8} = \binom{-13}{5}$. $Q = M + \overrightarrow{MQ} = (-4 - 13; 2 + 5) = (-17; 7)$.

Correction 10 — Mental [Énoncé]

a) 5. b) 13. c) 10. d) $\sqrt{9 + 16} = 5$.

Correction 11 — Coordonnées $\overrightarrow{AB}$ [Énoncé]

a) $\binom{3}{4}$. b) $\binom{4}{-6}$. c) $\binom{-3}{5}$. d) $\binom{-1}{-1/2}$.

Correction 12 — Distance [Énoncé]

a) 5. b) 5. c) $\sqrt{29}$. d) 10.

Correction 13 — Milieu [Énoncé]

a) $I(5; 3)$. b) $I(1; 4)$. c) $I(2; -3)$.

Correction 14 — Quadrilatère [Énoncé]

$\overrightarrow{MN} = \binom{5}{3}$, $\overrightarrow{QP} = \binom{5}{3}$: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ donc $MNPQ$ est un parallélogramme. $MN = \sqrt{34}$, $NP = \sqrt{34}$, $MP = \sqrt{58}$.

Correction 15 — Milieu de $[AB]$ [Énoncé]

$C = \left(\frac{5-2}{2}; \frac{-6+6}{2}\right) = (1{,}5; 0)$. $\overrightarrow{AB} = \binom{-7}{12}$, $\overrightarrow{CA} = \binom{3{,}5}{-6}$, $\overrightarrow{BC} = \binom{3{,}5}{-6}$.

Correction 16 — Parallélogramme [Énoncé]

$D = A + B - C = (1+4-2; 4+6-3) = (3; 7)$. $AB = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$, $BC = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$: losange.☒

Correction 17 — Point G [Énoncé]

$\overrightarrow{EG} = \binom{x_G}{y_G} - \binom{0}{3}$. $\overrightarrow{DF} = \binom{5}{-7}$. $\overrightarrow{DG} = -3\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{DF}$ donne G en résolvant le système : $G(3; -2)$.

Correction 18 — Vecteur somme [Énoncé]

$\overrightarrow{BA} = \binom{7}{-2}$, $\overrightarrow{BC} = \binom{6}{-4}$. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \binom{13}{-6}$. $D = A + \overrightarrow{BC} = (5 + 6; 1 - 4) = (11; -3)$.

Correction 19 — Point Q [Énoncé]

$\overrightarrow{NM} = \binom{4}{-3}$, $\overrightarrow{NP} = \binom{-3}{-5}$. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} = \binom{1}{-8}$. $Q = (6 + 1; 1 - 8) = (7; -7)$.

Correction 20 — Norme [Énoncé]

$\|\vec{u}\| = \sqrt{13}$. $\|\vec{v}\| = \sqrt{26}$. $\vec{u} + \vec{v} = \binom{-2}{7}$, $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{53}$.

Correction 21 — Déterminants [Énoncé]

a) $\det = (-2)(-4{,}5) - 3 \times 3 = -9 - 9 = -18 \neq 0$: non colinéaires. b) $\det = 7 \times 4 - 14 \times (-2) = 28 + 28 = 56 \neq 0$: non. c) $\det = (-2)(4{,}5) - 3 \times 3 = -9 - 9 = -18 \neq 0$: non. d) $\det = 3 \times 12 - (-4{,}5) \times (-8) = 36 - 36 = 0$: colinéaires, $k = -\frac{8}{3}$.

Correction 22 — Colinéarité fraction [Énoncé]

$\det = \frac{1}{7} \times (-2) - 3 \times (-2) = -\frac{2}{7} + 6 = \frac{40}{7} \neq 0$: non colinéaires.

Correction 23 — QCM [Énoncé]

a) $\det(u, v) = 3 \times 4 - (-6)(-2) = 12 - 12 = 0$: **vrai**. b) $\det(v, z) = (-6) \times 6 - 9 \times 4 = -36 - 36 = -72 \neq 0$: faux. c) $-\frac{1}{2}\vec{w} = \binom{1}{-3/2} \neq \vec{u}$: faux. d) $3\vec{u} = \binom{9}{-6} \neq \vec{z}$: faux.

Correction 24 — Valeur inconnue [Énoncé]

$\det = 3 \times 4 - k \times (-2) = 12 + 2k = 0 \Rightarrow k = -6$.

Correction 25 — Points alignés [Énoncé]

$\overrightarrow{AB} = \binom{-1}{6}$, $\overrightarrow{AC} = \binom{-2}{9}$. $\det = (-1)(9) - (-2)(6) = -9 + 12 = 3 \neq 0$: non alignés.

Correction 26 — Droites parallèles [Énoncé]

a) $\overrightarrow{AB} = \binom{5}{3}$, $\overrightarrow{CD} = \binom{5}{3}$: det = 0 : **parallèles**. b) $\overrightarrow{AB} = \binom{3}{2}$, $\overrightarrow{CD} = \binom{-3}{-2}$: det = 0 : **parallèles**. c) $\overrightarrow{AB} = \binom{2}{-4}$, $\overrightarrow{CD} = \binom{3}{-5}$: $\det = -10 + 12 = 2 \neq 0$: **non**.

Correction 27 — Alignement [Énoncé]

a) $\overrightarrow{AB} = \binom{6}{0}$, $\overrightarrow{AC} = \binom{10}{0}$: det = 0 : **alignés**. b) $\overrightarrow{DE} = \binom{-6}{-8}$, $\overrightarrow{DF} = \binom{3}{4}$: $\det = -24 + 24 = 0$: **alignés**. c) $\overrightarrow{GH} = \binom{5}{3}$, $\overrightarrow{GI} = \binom{7}{4}$: $\det = 20 - 21 = -1 \neq 0$: **non**.

Correction 28 — Point sur droite [Énoncé]

a) $\overrightarrow{AB} = \binom{0}{-4}$, $\overrightarrow{AC} = \binom{0}{4}$: det = 0 : **oui**. b) $\overrightarrow{AB} = \binom{-6}{-8}$, $\overrightarrow{AC} = \binom{3}{4}$: det = 0 : **oui**. c) $\overrightarrow{AB} = \binom{5}{3}$, $\overrightarrow{AC} = \binom{7}{4}$: $\det = 20 - 21 = -1 \neq 0$: **non**.

Correction 29 — Déterminant [Énoncé]

$\overrightarrow{DE} = \binom{5}{2}$, $\overrightarrow{FG} = \binom{1}{-8}$. $\det = 5 \times (-8) - 1 \times 2 = -42$. **b).**

Correction 30 — Inconnue [Énoncé]

$\overrightarrow{MA} = \binom{x-2}{1}$, $\overrightarrow{TH} = \binom{1}{x-2}$. $\det = (x-2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 1 \Rightarrow x = 1$ ou $x = 3$.

Correction 31 — Alignement [Énoncé]

$\overrightarrow{DE} = \binom{18}{-10}$, $\overrightarrow{DF} = \binom{42}{-24}$. $\det = 18 \times (-24) - 42 \times (-10) = -432 + 420 = -12 \neq 0$: non alignés.

Correction 32 — Droites parallèles [Énoncé]

$\overrightarrow{MN} = \binom{6}{-2}$, $\overrightarrow{PQ} = \binom{9}{-3} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MN}$: det = 0 : **parallèles**.

Correction 33 — Quadrilatère [Énoncé]

$\overrightarrow{DE} = \binom{4}{1}$, $\overrightarrow{GF} = \binom{8}{2} = 2\overrightarrow{DE}$: $(DE) \parallel (GF)$. $\overrightarrow{EF} = \binom{4}{-5}$, $\overrightarrow{DG} = \binom{0}{-6}$: $\det = -24 \neq 0$: non parallèles. $DEFG$ est un trapèze. (EF) et (DG) : $\det = 4 \times (-6) - 0 \times (-5) = -24 \neq 0$: non parallèles.

Correction 34 — Colinéarité [Énoncé]

$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{AM} = 3\left(\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) = 3\overrightarrow{AN}$. Donc $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ colinéaires : A, M, N alignés.

Correction 35 — Position relative [Énoncé]

$\overrightarrow{VA} = \binom{-1}{1{,}5}$, $\overrightarrow{VE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{VA}$: $E = V + \frac{3}{2}\overrightarrow{VA} = (-2{,}5; 0{,}75)$. $U = T + \binom{-2}{0{,}5} = (3; 0{,}5)$. $\overrightarrow{OE} = \binom{-2{,}5}{0{,}75}$, $\overrightarrow{OU} = \binom{3}{0{,}5}$: $\det = -1{,}25 - 2{,}25 = -3{,}5 \neq 0$: non parallèles.

Correction 36 — Droites et alignement [Énoncé]

$K = A + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = (-1 + \frac{1}{2}(-1); 3 + \frac{1}{2}(-5)) = (-1{,}5; 0{,}5)$. $L = C - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = (2 - \frac{1}{2}; 4 + \frac{1}{2}) = (1{,}5; 4{,}5)$. M milieu de $[AC] = (0{,}5; 3{,}5)$. $\overrightarrow{AB} = \binom{2}{3}$, $\overrightarrow{DC} = \binom{4}{6} = 2\overrightarrow{AB}$: $(AB) \parallel (DC)$. $\overrightarrow{KL} = \binom{3}{4}$, $\overrightarrow{KM} = \binom{2}{3}$: $\det = 9 - 8 = 1 \neq 0$: non alignés.

Correction 37 — Algo parallèles [Énoncé]

Entrées : $x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C, x_D, y_D$. $det \leftarrow (x_B - x_A)(y_D - y_C) - (x_D - x_C)(y_B - y_A)$. Si $det = 0$: afficher "Parallèles". Sinon : "Non parallèles".

Correction 38 — Algo alignement [Énoncé]

Entrées : $x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C$. $det \leftarrow (x_B - x_A)(y_C - y_A) - (x_C - x_A)(y_B - y_A)$. Si $det = 0$: "Alignés". Sinon : "Non alignés".

Correction 39 — Coordonnée inconnue [Énoncé]

$\overrightarrow{OA} = \binom{6}{3}$, $\overrightarrow{BC} = \binom{8}{4} = \frac{4}{3}\overrightarrow{OA}$: det = 0 : **parallèles**. $\overrightarrow{BC} = \binom{8}{4}$, $\overrightarrow{BD} = \binom{2}{1} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$: det = 0 : alignés. $\overrightarrow{AB} = \binom{-9}{-3}$, $\overrightarrow{AM} = \binom{19}{y-3}$: $-9(y-3) + 19 \times (-3) = 0 \Rightarrow y = -4$.

Correction 40 — Synthèse [Énoncé]

$\overrightarrow{AB} = \binom{6}{-7}$, $\overrightarrow{AC} = \binom{-12}{14} = -2\overrightarrow{AB}$: alignés, $k = -\frac{1}{2}$.