

Devoir Surveillé n°3 – Chapitre 5

Seconde • Vecteurs – Synthèse complète

55 min • Sans calculatrice • /20

Justifier toutes les réponses. Rédiger les démonstrations.

Exercice 1 – QCM – 4 pts [Correction]

- a) Si $C(3; -6)$ et $D(-2; 5)$, alors \overrightarrow{CD} vaut : a) $\begin{pmatrix} 5 \\ -11 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -5 \\ 11 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -1 \\ -11 \end{pmatrix}$.
- b) $A(3; -2)$, $B(2; 4)$, $C(1; 7)$. Parmi les affirmations : a) alignés, b) non alignés, c) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BC}$, d) \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} colinéaires.

Exercice 2 – Problème – Nature d'un quadrilatère – 7 pts [Correction]

$A(-9; 7)$, $B(3; 5)$, $C(8; -2)$, $D(-4; 0)$.

- a) Calculer \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} . Quelle est la nature de $ABCD$?
- b) M milieu de $[AB]$, N tel que $\overrightarrow{DN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$. Calculer les coordonnées de M et N .
- c) Calculer $\det(\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{BN})$. Que peut-on dire de MD et BN ?
- d) Calculer BM , BN et MN .
- e) Montrer que MBN est rectangle. En déduire la nature de $MBND$.

Exercice 3 – Colinéarité et alignement – 5 pts [Correction]

A, B, C distincts non alignés. M et N tels que $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

- a) Faire une figure (valeur indicative).
- b) Montrer que \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{AN} sont colinéaires.
- c) Conclure sur les points A, M, N .

Exercice 4 – Démonstration – 4 pts [Correction]

- a) Rappeler l'énoncé de la démonstration au programme sur le déterminant.
- b) En utilisant cette démonstration, montrer que les droites (AB) et (CD) avec $A(-2; 1)$, $B(3; 4)$, $C(2; 2)$, $D(7; 5)$ sont parallèles.

Ex. 1 : 4 pts Ex. 2 : 7 pts Ex. 3 : 5 pts Ex. 4 : 4 pts /20

CORRIGÉ – DS N°3 – CH.5

Synthèse complète

Correction 1 – QCM [Énoncé]

a) $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -2-3 \\ 5+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 11 \end{pmatrix}$. **b).** b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = (-1)(9) - (-2)(6) = 3 \neq 0$: non alignés. **b).**

Correction 2 – Quadrilatère [Énoncé]

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 12 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -12 \\ 2 \end{pmatrix} = -\overrightarrow{AB}$: **parallélogramme**. $M(-3; 6)$, $N = D + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} = (-4 + 6; 0 - 1) = (2; -1)$. $\overrightarrow{MD} = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BN} = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \end{pmatrix}$: $\det = 0$: $(MD) \parallel (BN)$. $BM = \sqrt{(-3-3)^2 + (6-5)^2} = \sqrt{37}$, $BN = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$, $MN = \sqrt{25+49} = \sqrt{74}$. $BM^2 + BN^2 = 74 = MN^2$: MBN rectangle en B . $\square MBND$: losange rectangle = **carré**.

Correction 3 – Colinéarité [Énoncé]

$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}(3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$. $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AN}$: **colinéaires**. **CQFD** A, M, N sont donc alignés.

Correction 4 – Démonstration [Énoncé]

$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow \det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - x'y = 0$. $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. $\det = 15 - 15 = 0$: **parallèles**. \square