

Devoir Surveillé n°2 – Chapitre 5

Seconde • Vecteurs – Alignement, parallélisme, Varignon

55 min • Sans calculatrice • /20

Justifier toutes les réponses. Rédiger les démonstrations.

Exercice 1 – Alignement et parallélisme – 6 pts [Correction]

- a) $A(-4; 3)$, $B(2; 3)$, $C(6; 3)$. Les points sont-ils alignés ?
b) $D(2; 5)$, $E(-4; -3)$, $F(5; 9)$. Les points sont-ils alignés ?
c) $A(-2; 1)$, $B(3; 4)$, $C(2; 2)$, $D(7; 5)$. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice 2 – Nature d'un quadrilatère – 5 pts [Correction] $M(-2; -2)$, $N(3; 1)$, $P(0; 6)$, $Q(-5; 3)$.

- a) Calculer \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{QP} . Quelle est la nature de $MNPQ$?
b) Calculer MN et NP .
c) Quelle est la nature exacte du quadrilatère $MNPQ$?

Exercice 3 – Théorème de Varignon – 6 pts [Correction] $ABCD$ est un quadrilatère quelconque. I , J , K , L sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$.

- a) Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
b) Montrer que $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
c) En déduire la nature du quadrilatère $IJKL$.

Exercice 4 – Problème – 3 pts [Correction] $D(-12; 4)$, $E(6; -6)$, $F(30; -20)$. Les points D , E , F sont-ils alignés ? Si oui, donner k tel que $\overrightarrow{DE} = k\overrightarrow{DF}$.

Ex. 1 : 6 pts Ex. 2 : 5 pts Ex. 3 : 6 pts Ex. 4 : 3 pts /20

CORRIGÉ – DS N°2 – CH.5

Alignement, parallélisme, Varignon

Correction 1 – Alignement [Énoncé]

a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$. $\det = 6 \times 0 - 10 \times 0 = 0$: **alignés**.
 b) $\overrightarrow{DE} = \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{DF} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$. $\det = (-6)(4) - (3)(-8) = -24 + 24 = 0$: **alignés**.
 c) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. $\det = 0$: **parallèles**.

Correction 2 – Quadrilatère [Énoncé]

$\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{QP} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$: **parallélogramme**.
 $MN = \sqrt{34}$. $\overrightarrow{NP} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $NP = \sqrt{34}$. $MN = NP$: **losange**.

Correction 3 – Varignon [Énoncé]

a) I milieu $[AB]$, J milieu $[BC]$: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \times (-\overrightarrow{AC})$... Via Chasles : $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **CQFD**
 b) $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$... = $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ par calcul analogue. **CQFD**
 c) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$: $(IJ) \parallel (LK)$ et $IJ = LK$. $IJKL$ est un **parallélogramme**.

Correction 4 – Alignement [Énoncé]

$\overrightarrow{DE} = \begin{pmatrix} 18 \\ -10 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{DF} = \begin{pmatrix} 42 \\ -24 \end{pmatrix}$. $\det = 18 \times (-24) - (-10) \times 42 = -432 + 420 = -12 \neq 0$: **non alignés**.