

Devoir Surveillé n°1 – Chapitre 5

Seconde • Vecteurs – Coordonnées et déterminant

55 min • Sans calculatrice • /20

Justifier toutes les réponses. Les démonstrations sont rédigées avec des phrases.

Exercice 1 – Coordonnées de vecteurs – 5 pts [Correction]

- a) $A(-2; 1)$, $B(3; 4)$, $C(2; 2)$, $D(7; 5)$. Calculer \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} . Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
- b) $A(1; 3)$, $B(4; 7)$, $C(7; 11)$. Montrer que A , B , C sont alignés.
- c) Calculer la distance AB si $A(2; -1)$ et $B(5; 3)$.

Exercice 2 – Déterminant et colinéarité – 6 pts [Correction]

- a) Calculer le déterminant de $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$. Les vecteurs sont-ils colinéaires ?
- b) $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} k \\ 4 \end{pmatrix}$. Pour quelle valeur de k les vecteurs sont-ils colinéaires ?
- c) $D(-3; 2)$, $E(2; 4)$, $F(0; 5)$, $G(1; -3)$. Calculer $\det(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{FG})$.

Exercice 3 – Milieu et distance – 4 pts [Correction] $A(-3; 1)$ et $B(5; 7)$.

- a) Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$.
- b) Calculer la distance AB .
- c) Trouver C tel que $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$.

Exercice 4 – Démonstration au programme – 5 pts [Correction]

- a) **(Démonstration au programme)** Démontrer que deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - x'y = 0$.
- b) Application : $A(-2; 1)$, $B(3; 4)$, $C(5; 5,2)$. Les points A , B , C sont-ils alignés ?

Ex. 1 : 5 pts Ex. 2 : 6 pts Ex. 3 : 4 pts Ex. 4 : 5 pts /20

CORRIGÉ — DS N°1 — CH.5

Vecteurs — Coordonnées et déterminant

Correction 1 — Coordonnées [Énoncé]

a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 5 \times 3 - 5 \times 3 = 0$: **parallèles**. b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = 2\overrightarrow{AB}$. $\det = 3 \times 8 - 6 \times 4 = 0$: **alignés**. c) $AB = \sqrt{(5-2)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{9+16} = 5$.

Correction 2 — Déterminant [Énoncé]

a) $\det = (-2)(-6) - 4 \times 3 = 12 - 12 = 0$: **colinéaires**. ($\vec{v} = -2\vec{u}$). b) $\det = 3 \times 4 - k \times 1 = 12 - k = 0 \Rightarrow k = 12$. c) $\overrightarrow{DE} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \end{pmatrix}$. $\det = 5 \times (-8) - 1 \times 2 = -42$.

Correction 3 — Milieu et distance [Énoncé]

a) $I\left(\frac{-3+5}{2}; \frac{1+7}{2}\right) = I(1; 4)$. b) $AB = \sqrt{64+36} = 10$. c) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -16 \\ -12 \end{pmatrix}$. $C = A + \overrightarrow{AC} = (-3 - 16; 1 - 12) = (-19; -11)$.

Correction 4 — Démonstration [Énoncé]

Sens \Rightarrow : Si $\vec{u} = k\vec{v}$: $x = kx'$ et $y = ky'$. $xy' - x'y = kx'y' - x'ky' = 0$. **Sens** \Leftarrow : Si $xy' - x'y = 0$ et $x' \neq 0$. Posons $k = x/x'$. Alors $y = \frac{x}{x'}y' = ky'$, donc $\vec{u} = k\vec{v}$. **CQFD** Application : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4,2 \end{pmatrix}$.
 $\det = 5 \times 4,2 - 7 \times 3 = 21 - 21 = 0$: **alignés**.