

Chapitre 5 — Les vecteurs (2/2)

Seconde • Géométrie analytique

Table des matières

1	Produit d'un vecteur par un réel	2
1.1	Définition et représentation	2
1.2	Vecteurs colinéaires — définition	2
2	Coordonnées et déterminant	2
2.1	Coordonnées d'un vecteur	3
2.2	Déterminant de deux vecteurs	3
2.3	Démonstration au programme	4
3	Alignement et parallélisme	4
3.1	Critères géométriques	4
4	Milieu et distance	4
4.1	Milieu d'un segment	5
	Exercice de synthèse	5
	Bilan	5

PROGRAMME (BO — SECONDE • MATHÉMATIQUES)

Contenus : Produit d'un vecteur par un réel. Colinéarité de deux vecteurs. Coordonnées d'un vecteur \overline{AB} . Déterminant de deux vecteurs. Alignement et parallélisme. Distance entre deux points. Milieu.

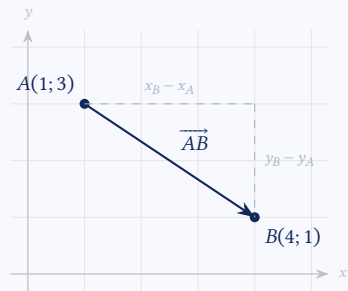
Démonstrations : Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

Capacités : Résoudre des problèmes de géométrie analytique : colinéarité, alignement, parallélisme, distance, milieu.

Tout le cours



2.1 Coordonnées d'un vecteur



Propriété. Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$:

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

Norme : $AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple. $A(1; 3)$ et $B(4; -1)$. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, $AB = \sqrt{9 + 16} = 5$.

Exercice. $M(-2; 1)$ et $N(3; 5)$. Calculer \overrightarrow{MN} et MN .



Coordonnées de AB

2.2 Déterminant de deux vecteurs

Définition. Le **déterminant** de $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ est :

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$$

Critère de colinéarité :

$$\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ colinéaires} \iff \det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$$

Exemple. $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$: $\det = 3 \times 4 - 6 \times 2 = 0$: colinéaires.

$\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$: $\det = 2 \times 2 - 3 \times 1 = 1 \neq 0$: non colinéaires.

Exercice. $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$. Calculer $\det(\vec{u}, \vec{v})$.



Déterminant et colinéarité

