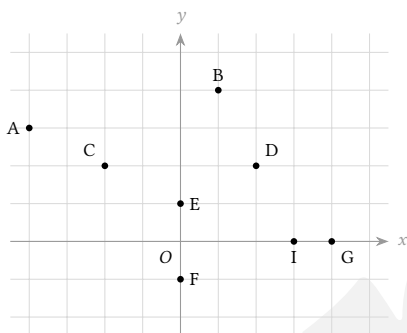


Planche 2 – Les vecteurs

Seconde • Chapitre 3 • 25 exercices

I Graphique – comme l'exo 56 du manuel

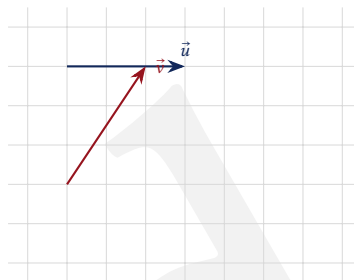
Exercice 1 – Calculer et tracer [Correction]



Calculer les coordonnées de chaque vecteur et le tracer.

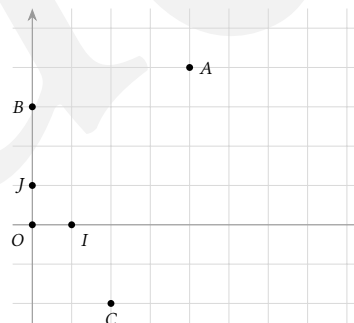
- 1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
- 2) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BC}$
- 3) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA}$
- 4) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$
- 5) $\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{BD}$
- 6) $\overrightarrow{FG} - \overrightarrow{CG}$

Exercice 2 – Construire $\vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{u} - \vec{v}$ [Correction]



a) Construire $\vec{u} + \vec{v}$ par la méthode bout à bout. b) Construire $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$. c) Construire $-\vec{u} + \vec{v}$.

Exercice 3 – Construire des multiples [Correction]



Construire les vecteurs suivants (et lire leurs coordonnées) :

- $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB}$
- $\vec{v} = -\overrightarrow{BC}$
- $\vec{w} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

(Pour construire : répéter ou diviser la flèche.)

Exercice 4 – Type exo 62 [Correction]

Mêmes points A, B, C que l'exo 3.

- $\vec{u} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$
- $\vec{v} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$
- $\vec{w} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Construire géométriquement chacun (sans coordonnées).

Exercice 5 – Relation de Chasles [Correction]

Sur quadrillage, placer 4 points A, B, C, D.

- a) Vérifier graphiquement que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
- b) Vérifier que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$.
- c) Simplifier $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$.

II Chasles et soustraction

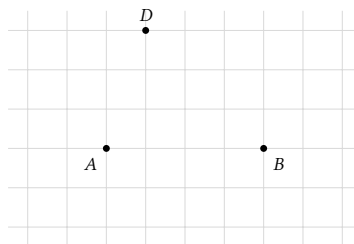
Exercice 6 – Simplifier [Correction]

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$ d) $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{KO} + \overrightarrow{NK}$
- c) $\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{RQ}$ f) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
- d) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}$ h) $\overrightarrow{KN} - \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OK}$

Exercice 7 – Parallélogramme ABCD, centre O [Correction]

- a) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ b) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$

c) $\vec{OA} + \vec{OC}$ e) $\vec{AC} + \vec{BD}$ (Montrer que $= 2\vec{BC}$.)



Exercice 8 – Décomposer un vecteur [Correction]

Décomposer en utilisant un point intermédiaire.

- a) \vec{AC} en passant par B
- b) \vec{AD} en passant par B puis C
- c) \vec{XZ} en passant par Y

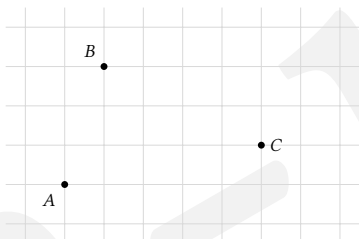
Exercice 9 – Équations vectorielles [Correction]

Dans un parallélogramme ABCD de centre O, tracer sur quadrillage puis calculer :

- \vec{w} tel que $\vec{AB} + \vec{w} = \vec{AD}$
- \vec{z} tel que $\vec{z} - \vec{AB} = \vec{BC}$

III Constructions de points

Exercice 10 – Construire F [Correction]



a) Construire F tel que $\vec{AF} = \vec{BA} + \vec{BC}$. b) Construire G tel que $\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{AC}$. c) Quelle est la nature de ABGC?

Exercice 11 – Construire P et Q [Correction]

ABCD est un parallélogramme. a) Construire C, puis P tel que $\vec{AP} = \vec{AB} + \vec{AD}$. Que remarque-t-on? b) Construire Q tel que $\vec{AQ} = \vec{AB} - \vec{AD}$.

Exercice 12 – Construire étape par étape [Correction]

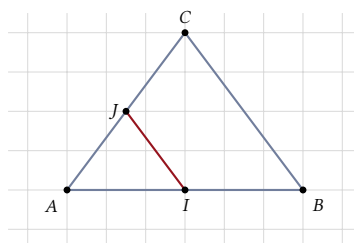
O, A, B, C donnés sur quadrillage. Construire D tel que $\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$. (Procéder en deux étapes : d'abord $E = \vec{OA} + \vec{OB}$, puis $D = E + \vec{OC}$.)

Exercice 13 – Trouver l'origine [Correction]

Un vecteur \vec{u} est représenté sur le quadrillage. L'extrémité de \vec{u} depuis A est B. Trouver le point C tel que l'extrémité de \vec{u} depuis C soit D.

IV Propriétés et démonstrations

Exercice 14 – Milieux dans un triangle [Correction]



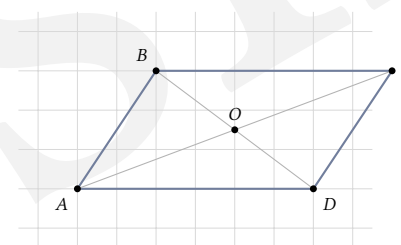
I milieu de [AB], J milieu de [AC]. a) Sur la figure : \vec{IJ} semble-t-il parallèle à \vec{BC} ? De quelle norme? b) Montrer

que $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{BC}$.

Exercice 15 – Démo parallélogramme [Correction]

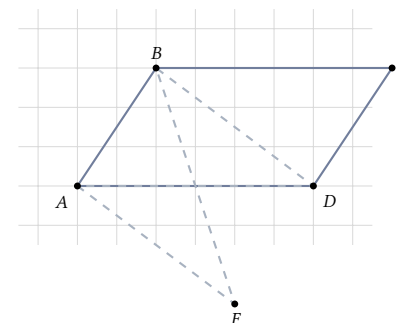
Montrer que si ABCD est un parallélogramme, alors $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$. Démontrer aussi la réciproque.

Exercice 16 – Diagonales du parallélogramme [Correction]



a) Vérifier graphiquement que les diagonales se coupent en leur milieu. b) Montrer que $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0}$ et $\vec{OB} + \vec{OD} = \vec{0}$.

Exercice 17 – Point un milieu [Correction]



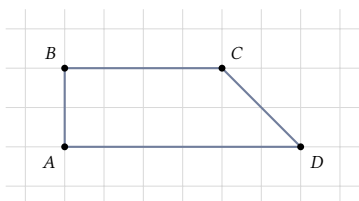
ABCD et AFBD sont deux parallélogrammes. Montrer que B est le milieu de [CF].

Exercice 18 – Vrai ou faux? – Chasles [Correction]

- a) $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AC} + \vec{BD}$... Vrai ou faux? (Développer les deux membres.)
- b) $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$
- c) $\vec{MN} + \vec{NM} = 2\vec{MN}$
- d) $\vec{PA} + \vec{AQ} = \vec{PQ}$

V Problèmes géométriques

Exercice 19 – Trapèze [Correction]



$ABCD$ est un trapèze avec $BC \parallel AD$. M est le milieu de $[AB]$, N le milieu de $[CD]$. a) Tracer \vec{MN} sur la figure. b) Montrer que $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$.

Exercice 20 – Forces en physique [Correction]

Un objet est soumis à deux forces : \vec{F}_1 (3 unités vers le haut) et \vec{F}_2 (4 unités vers la droite). a) Représenter sur quadrillage. b) Construire la résultante $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. c) Estimer $\|\vec{R}\|$.

Exercice 21 – Problème – robot [Correction]

Un robot se déplace : \vec{AB} (2 cases droite, 1 case haut), \vec{BC} (1 case droite, 3 cases haut), \vec{CD} (2 cases droite, 1 case bas).

- a) Tracer sur quadrillage. b) Calculer $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$.
- c) Où arrive le robot par rapport à A ?

Exercice 22 – Quadrilatère de Varignon – bis [Correction]

Tracer un quadrilatère $ABCD$ quelconque (non parallélogramme). Construire les milieux M, N, P, Q des côtés.

- a) $MNPQ$ semble-t-il un parallélogramme?
- b) Montrer $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$.
- c) Conclure.

Exercice 23 – Centre de gravité [Correction]

A, B, C trois points. G tel que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

- a) Montrer que $\vec{GA} + \vec{GB} = 2\vec{GI}$ où I est le milieu de $[AB]$.
- b) Montrer que G, I, C sont tels que $G \in [CI]$ avec $GC = \frac{2}{3}CI$.

Exercice 24 – Démonstration synthèse [Correction]

$ABCD$ est un parallélogramme, O son centre.

- a) Montrer que $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{BC}$.
- b) Montrer que $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$.

Exercice 25 – Problème ouvert [Correction]

$ABCD$ est un parallélogramme. M est le milieu de $[AB]$, N est le milieu de $[CD]$. P est le milieu de $[BC]$, Q est le milieu de $[AD]$.

- a) Tracer sur quadrillage. Que semble être $MNPQ$?
- b) Montrer que $MPNQ$ est un rectangle si et seulement si $ABCD$ est un losange. (Indication : étudier les diagonales de $MPNQ$.)

Rappel – Chasles : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ **Soustraction :** $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$ **Paral. :** $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$ Construction **bout à bout** sur figure ou quadrillage.

CORRIGÉ — PLANCHE 2

Seconde • Chapitre 3 • Chasles & constructions

Correction 1 — Type exo 56 [Énoncé]

Lire les coordonnées sur le graphique : $A(-4;3)$, $B(1;4)$, $C(-2;2)$, $D(2;2)$, $E(0;1)$, $F(0;-1)$, $G(4;0)$. 1) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} = (-2 - (-4); 2 - 3) = (2; -1)$. 2) $\vec{BE} + \vec{BC} = \vec{BE} + \vec{BC} \dots \vec{BE} = (-1; -3)$, $\vec{BC} = (-3; -2)$, somme = $(-4; -5)$. 3) $\vec{EF} + \vec{FA} = (0; -2) + (-4; 4) = (-4; 2)$. 4) $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}$. 5) $\vec{GB} - \vec{BD} = \vec{GB} + \vec{DB} = \vec{GB} + \vec{DB} \dots \vec{GB} = (-3; 4)$, $\vec{BD} = (2; 2)$, $\vec{GB} - \vec{BD} = (-5; 2)$. 6) $\vec{FG} - \vec{CG} = \vec{FG} + \vec{GC} = \vec{FC} = (-2; 3)$.

Correction 2 — $\vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{u} - \vec{v}$ [Énoncé]

$\vec{u} = (3; 0)$, $\vec{v} = (2; 3)$. $\vec{u} + \vec{v} = (5; 3)$; $\vec{u} - \vec{v} = (1; -3)$; $-\vec{u} + \vec{v} = (-1; 3)$. Constructions bout à bout sur la figure.

Correction 3 — Multiples [Énoncé]

$A(4;4)$, $B(0;3)$, $C(2;-2)$. $\vec{AB} = (-4; -1)$, $\vec{u} = 2\vec{AB} = (-8; -2)$. $\vec{BC} = (2; -5)$, $\vec{v} = -\vec{BC} = (-2; 5)$. $\vec{AC} = (-2; -6)$, $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{AC} = (-1; -3)$.

Correction 4 — Fractions [Énoncé]

$\vec{u} = \frac{3}{4}\vec{AB} = \frac{3}{4}(-4; -1) = (-3; -\frac{3}{4})$. $\vec{v} = -\frac{1}{2}\vec{BC} = -\frac{1}{2}(2; -5) = (-1; \frac{5}{2})$. $\vec{w} = \frac{2}{3}\vec{AC} = \frac{2}{3}(-2; -6) = (-\frac{4}{3}; -4)$. Constructions : diviser les flèches correspondantes.

Correction 5 — Chasles graphique [Énoncé]

a) Bout à bout : \vec{AB} puis \vec{BC} donne bien \vec{AC} . b) Enchaînement de trois vecteurs. c) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{AA} = \vec{0}$.

Correction 6 — Simplifier [Énoncé]

a) \vec{AC} b) \vec{MQ} c) $\vec{0}$ d) \vec{NP} e) \vec{PR} f) \vec{CB} g) \vec{BA} h) $\vec{0}$

Correction 7 — Parallélogramme [Énoncé]

a) \vec{AB} b) \vec{CB} c) $\vec{0}$ d) $\vec{0}$ e) $\vec{AC} + \vec{BD} = (\vec{AB} + \vec{BC}) + (\vec{BC} - \vec{AB}) = 2\vec{BC}$.

Correction 8 — Décomposer [Énoncé]

a) $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$. b) $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$. c) $\vec{XZ} = \vec{XY} + \vec{YZ}$.

Correction 9 — Équations vectorielles [Énoncé]

$\vec{w} = \vec{AD} - \vec{AB} = \vec{BD}$. $\vec{z} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

Correction 10 — Construire F [Énoncé]

a) $\vec{AF} = \vec{BA} + \vec{BC}$: depuis A, \vec{BA} puis \vec{BC} . b) $G = A + \vec{AB} + \vec{AC}$, bout à bout. c) $\vec{BG} = \vec{AC}$ et $\vec{CG} = \vec{AB}$: ABGC est un parallélogramme.

Correction 11 — Construire P et Q [Énoncé]

a) $C = B + \vec{AD}$. $\vec{AP} = \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ (prop. paral.) : $P = C$. b) $\vec{AQ} = \vec{AB} - \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{DA}$: bout à bout.

Correction 12 — Étape par étape [Énoncé]

E : $\vec{OE} = \vec{OA} + \vec{OB}$ (bout à bout). D : $\vec{OD} = \vec{OE} + \vec{OC}$ (bout à bout).

Correction 13 — Trouver l'origine [Énoncé]

$\vec{u} = \vec{AB} = \vec{CD}$. Donc $D = C + \vec{u}$.

Correction 14 — Milieux dans un triangle [Énoncé]

a) Sur la figure : $\vec{IJ} \parallel \vec{BC}$ et $IJ = \frac{1}{2}BC$. b) I mil. $[AB]$, J mil. $[AC]$. $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AJ} = \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC} = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}\vec{BC}$. CQFD

Correction 15 — Démonstration [Énoncé]

(\Rightarrow) $\vec{AD} = \vec{BC}$: $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$. \boxtimes (\Leftarrow) $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ et $\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC}$: $\vec{DC} = \vec{AB}$, paral. CQFD

Correction 16 — Diagonales [Énoncé]

a) Graphiquement : O milieu de $[AC]$ et $[BD]$. b) O mil. $[AC]$: $\vec{OA} = -\vec{OC}$, donc $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0}$. Même pour $[BD]$. CQFD

Correction 17 — Montrer milieu [Énoncé]

B mil. $[CF]$ $\Leftrightarrow \vec{CB} = \vec{BF}$. ABCD paral. : $\vec{CB} = \vec{DA}$. AFBD paral. : $\vec{BF} = \vec{DA}$. Donc $\vec{CB} = \vec{BF}$. CQFD

Correction 18 — Vrai ou faux? [Énoncé]

a) **Vrai**. Développer : $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$ et $\vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD} \dots \vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AC} + \vec{BD} - (\vec{AC} - \vec{AB}) + (\vec{BD} - \vec{CD})$. À vérifier directement. b) **Vrai**. c) **Faux** ($= \vec{0}$). d) **Vrai**.

Correction 19 — Trapèze [Énoncé]

$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AD} + \vec{DN}$. $\vec{MA} = \frac{1}{2}\vec{BA}$, $\vec{DN} = \frac{1}{2}\vec{DC}$. $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{DC}) + \vec{AD} \dots = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$ (milieu des diagonales, résultat classique).

Correction 20 — Forces [Énoncé]

Représentation sur quadrillage. $\vec{R} = (4; 3)$ (bout à bout). $\|\vec{R}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ unités.

Correction 21 – Robot [Énoncé]

$\vec{AB} = (2; 1)$, $\vec{BC} = (1; 3)$, $\vec{CD} = (2; -1)$. $\vec{AD} = (5; 3)$. Le robot arrive à 5 cases à droite et 3 cases en haut de A.

Correction 22 – Varignon bis [Énoncé]

a) $MNPQ$ est un parallélogramme (graphiquement). b) Dans

$\triangle ABC$: $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$. c) $\vec{MN} = \vec{QP}$: $MNPQ$ parallélogramme. **CQFD**

Correction 23 – Centre de gravité [Énoncé]

a) $\vec{GA} + \vec{GB} = (\vec{GI} + \vec{IA}) + (\vec{GI} + \vec{IB}) = 2\vec{GI} + (\vec{IA} + \vec{IB}) = 2\vec{GI}$ (car I mil.). b) $2\vec{GI} + \vec{GC} = \vec{0}$: $\vec{GC} = -2\vec{GI}$, i.e. $G \in [CI]$ avec $CG = \frac{2}{3}CI$.

Correction 24 – Synthèse [Énoncé]

a) $\vec{AC} + \vec{BD} = (\vec{AB} + \vec{BC}) + (\vec{BC} + \vec{CD}) = 2\vec{BC} + (\vec{AB} + \vec{CD}) = 2\vec{BC}$ (car $\vec{AB} = -\vec{CD}$). **CQFD** b) O centre : $\vec{OA} = -\vec{OC}$ et $\vec{OB} = -\vec{OD}$. Somme = $\vec{0}$. **CQFD**

Correction 25 – Problème ouvert [Énoncé]

a) Sur quadrillage : $MNPQ$ semble être un parallélogramme.
 b) $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{BD}$ et $\vec{MQ} = \frac{1}{2}\vec{AC}$... $MNPQ$ rectangle $\Leftrightarrow \vec{MN} \perp \vec{MP}$
 $\Leftrightarrow \vec{BD} \perp \vec{AC} \Leftrightarrow ABCD$ losange (les diagonales d'un losange sont perpendiculaires).