

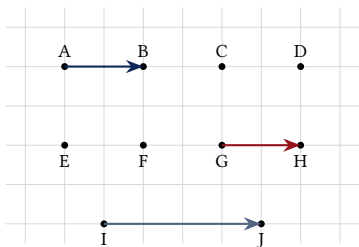
Planche 1 – Les vecteurs

Seconde • Chapitre 3 • 25 exercices

I Reconnaître et construire

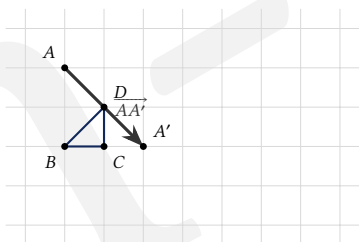
Exercice 1 – Vecteurs égaux [Correction]

Sur le quadrillage ci-dessous, les cases sont des carrés de côté 1.



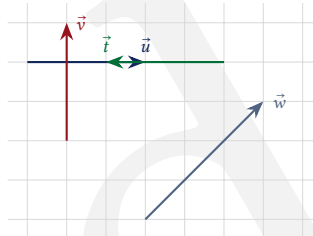
Parmi les vecteurs représentés, lesquels sont égaux? Tracer deux autres représentants du vecteur \vec{AB} .

Exercice 2 – Image par translation [Correction]



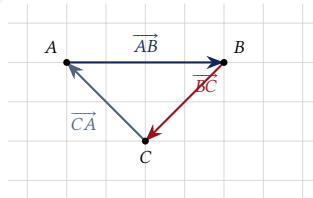
Construire $B'C'D'$, image du triangle BCD par la translation de vecteur $\vec{AA'}$.

Exercice 3 – Direction, sens, norme [Correction]



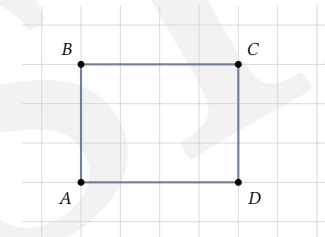
Pour chacun des vecteurs \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} , \vec{t} : indiquer la direction, le sens et estimer la norme (en unités). Lesquels sont opposés? Lesquels sont égaux?

Exercice 4 – Vecteur nul et opposé [Correction]



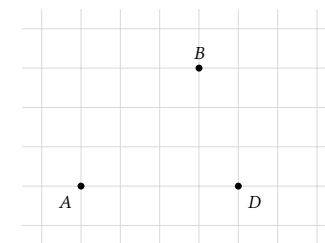
a) Tracer $-\vec{AB}$ depuis C. b) Vérifier graphiquement que $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$.

Exercice 5 – Parallélogramme et vecteurs [Correction]



$ABCD$ est un rectangle (donc un parallélogramme). Tracer en couleurs \vec{AB} et \vec{DC} : que remarque-t-on? Tracer aussi \vec{AD} et \vec{BC} .

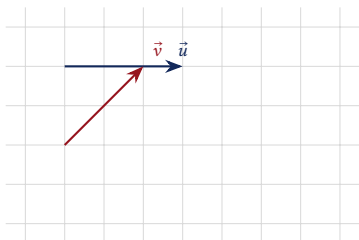
Exercice 6 – Construire un parallélogramme [Correction]



Construire C tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. (Piste : $\vec{DC} = \vec{AB}$.)

II Relation de Chasles

Exercice 7 – Somme bout à bout [Correction]



Construire $\vec{u} + \vec{v}$ par la méthode bout à bout. Construire aussi $\vec{v} + \vec{u}$: que remarque-t-on ?

Exercice 8 – Simplifier par Chasles [Correction]

Sur la figure de l'exercice 5, tracer :

- a) $\vec{AB} + \vec{BC}$
- b) $\vec{AD} + \vec{DC}$
- c) $\vec{AB} + \vec{BD}$

Identifier chaque résultat comme un vecteur de la figure.

Exercice 9 – Simplifier sans figure [Correction]

- a) $\vec{AB} + \vec{BC}$
- b) $\vec{AM} + \vec{MN} + \vec{NB}$
- c) $\vec{PQ} + \vec{QR} + \vec{RS}$
- d) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}$
- e) $\vec{MN} + \vec{NM}$
- f) $\vec{MP} + \vec{AM}$

Exercice 10 – Soustraction [Correction]

- a) $\vec{PQ} - \vec{RQ}$
- b) $\vec{AB} - \vec{CB}$
- c) $\vec{AC} - \vec{BC}$
- d) $\vec{MA} - \vec{MB}$
- e) $\vec{OA} - \vec{OB}$

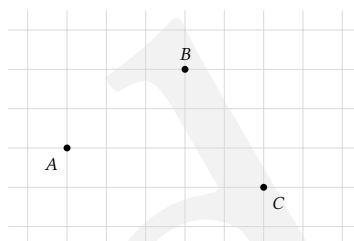
Exercice 11 – Parallélo. ABCD de centre O [Correction]

- a) $\vec{AO} + \vec{OB}$

- b) $\vec{CA} + \vec{AB}$
- c) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA}$
- d) $\vec{AO} + \vec{OC}$

III Constructions de points

Exercice 12 – Construire par somme [Correction]

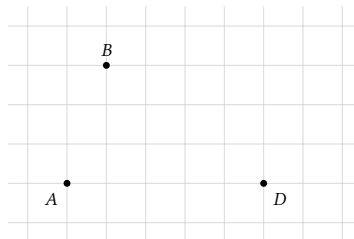


Construire F tel que $\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{AC}$. Décrire la nature du quadrilatère ABFC.

Exercice 13 – Construire par différence [Correction]

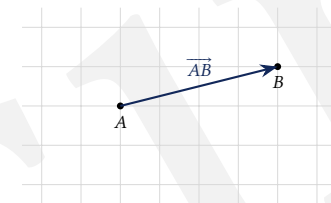
Mêmes points A, B, C. Construire H tel que $\vec{AH} = \vec{AC} - \vec{AB}$. (Piste : $-\vec{AB} = \vec{BA}$.)

Exercice 14 – Parallélogramme et diagonale [Correction]



Construire C pour que ABCD soit un parallélogramme. Puis construire P tel que $\vec{AP} = \vec{AB} + \vec{AD}$. Que remarque-t-on pour P ?

Exercice 15 – Vecteur opposé et symétrique [Correction]



- a) Tracer $-\vec{AB}$ depuis A : où arrive-t-on ? b) Construire B' symétrique de B par rapport à A.

IV Propriétés et démonstrations

Exercice 16 – Propriété du milieu [Correction]

M est le milieu de [AB].

- a) Écrire l'égalité de vecteurs.
- b) Montrer que $\vec{MA} = -\vec{MB}$.
- c) I milieu de [PQ] : relation entre \vec{PI} et \vec{IQ} ?

Exercice 17 – Vrai ou faux ? [Correction]

- a) $\vec{AB} = \vec{CD} \Rightarrow A = C$
- b) $\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow A = B$
- c) Même norme \Rightarrow vecteurs égaux
- d) $\vec{AB} + \vec{BA} = 2\vec{AB}$

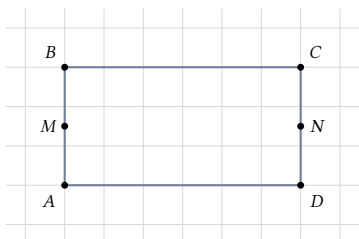
Exercice 18 – Démo -parallélogramme [Correction]

Montrer que si ABCD est un parallélogramme alors $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$. (Chasles + $\vec{AD} = \vec{BC}$.)

Exercice 19 – Démonstration réciproque [Correction]

Montrer : si $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ alors ABCD est un parallélogramme.

Exercice 20 – Milieux et parallélogramme [Correction]

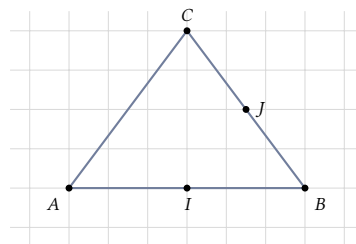


M milieu de [AB], N milieu de [CD].

- a) Vérifier graphiquement que AMND semble un parallélogramme.
- b) Le démontrer avec les vecteurs.

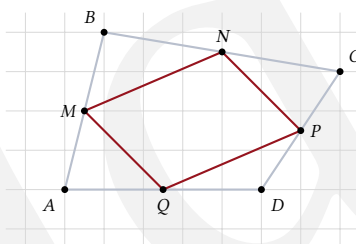
V Problèmes

Exercice 21 – Problème – triangle [Correction]



I milieu de [AB], J milieu de [BC]. a) Tracer \vec{IJ} et $\frac{1}{2}\vec{AC}$: semblent-ils égaux? b) Montrer que $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AC}$.

Exercice 22 – Quadrilatère de Varignon [Correction]



M, N, P, Q milieux des côtés de ABCD. a) Vérifier graphiquement que MNPQ semble être un parallélogramme. b) Montrer que $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ et $\vec{QP} = \frac{1}{2}\vec{AC}$. c) Conclure. (Théorème de Varignon.)

Exercice 23 – Navigation [Correction]

Un bateau va de A à B (vecteur oblique), puis de B à C (vecteur horizontal). Tracer la situation sur quadrillage. a) Construire $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$. b) Le trajet direct est-il plus court? Justifier intuitivement.

Exercice 24 – Centre de gravité [Correction]

A, B, C sont les sommets d'un triangle. I est le milieu de [AB]. Construire le point G sur [CI] tel que $CG = \frac{2}{3}CI$. Vérifier graphiquement que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}$ semble nul.

Exercice 25 – Démonstration – Centre [Correction]

O est le milieu de [AC] et aussi le milieu de [BD]. Montrer que ABCD est un parallélogramme. ($\vec{AO} = \vec{OC}$ et $\vec{BO} = \vec{OD}$, exprimer \vec{AB} et \vec{DC} .)

Rappel – Vecteur : direction + sens + norme. $\vec{AB} = \vec{DC}$ (paral.) $\vec{AA} = \vec{0}$ $\vec{BA} = -\vec{AB}$ **Chasles** : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ Construire **bout à bout** sur figure.

CORRIGÉ — PLANCHE 1

Seconde • Chapitre 3 • Les vecteurs

Correction 1 – Vecteurs égaux [Énoncé]

\vec{AB} et \vec{CD} sont égaux (même dir., sens, norme = 2 unités horizontal). \vec{IJ} a une norme différente (4 unités). Tracer deux flèches de 2 unités horizontales depuis n'importe quels points.

Correction 2 – Image par translation [Énoncé]

Depuis B, C, D : appliquer le même déplacement $\vec{AA'}$ (+2, -2). $B'(3;0), C'(4;0), D'(4;1)$ (en unités du quadrillage).

Correction 3 – Direction, sens, norme [Énoncé]

\vec{u} : horizontal, vers la droite, norme = 3. \vec{v} : vertical, vers le haut, norme = 3. \vec{w} : oblique (45°), vers le haut-droite, norme = $3\sqrt{2}$. \vec{t} : horizontal, vers la gauche, norme = 3. \vec{u} et \vec{t} sont opposés. Aucun égal entre eux.

Correction 4 – Vecteur nul et opposé [Énoncé]

a) $-\vec{AB} = \vec{BA}$ depuis C : flèche de même longueur, sens inverse.
b) Bout à bout : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$, puis $\vec{AC} + \vec{CA} = \vec{0}$. **CQFD**

Correction 5 – Parallélogramme [Énoncé]

\vec{AB} et \vec{DC} sont identiques (même flèche). \vec{AD} et \vec{BC} sont identiques. C'est la définition de parallélogramme.

Correction 6 – Construire un parallélogramme [Énoncé]

$\vec{DC} = \vec{AB}$, donc $C = D + \vec{AB}$. $\vec{AB} = (3;3), D = (5;1), C = (8;4)$.

Correction 7 – Somme bout à bout [Énoncé]

Tracer \vec{u} depuis O , arrivée en M . Tracer \vec{v} depuis M , arrivée en P . $\vec{u} + \vec{v} = \vec{OP}$. $\vec{v} + \vec{u}$ donne le même résultat (commutativité).

Correction 8 – Simplifier sur figure [Énoncé]

a) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$. b) $\vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$. c) $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$.

Correction 9 – Simplifier [Énoncé]

a) \vec{AC} b) \vec{AB} c) \vec{PS} d) $\vec{0}$ e) $\vec{0}$ f) \vec{AP}

Correction 10 – Soustraction [Énoncé]

a) \vec{PR} b) \vec{AC} c) \vec{AB} d) \vec{BA} e) \vec{BA}

Correction 11 – Parallélogramme [Énoncé]

a) \vec{AB} b) \vec{CB} c) $\vec{0}$ d) \vec{AC}

Correction 12 – Construire par somme [Énoncé]

Bout à bout : \vec{AB} depuis A , puis \vec{AC} en bout. $F = A + \vec{AB} + \vec{AC}$. $ABFC$ est un parallélogramme car $\vec{BF} = \vec{AC}$ et $\vec{CF} = \vec{AB}$.

Correction 13 – Construire par différence [Énoncé]

$\vec{AH} = \vec{AC} - \vec{AB} = \vec{AC} + \vec{BA}$. Depuis A , tracer \vec{BA} , puis \vec{AC} en bout. H est tel que $\vec{BH} = \vec{AC}$.

Correction 14 – Parallélogramme et diagonale [Énoncé]

$C = B + \vec{AD}$. Puis $\vec{AP} = \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$: $P = C$. La diagonale

est obtenue directement.

Correction 15 – Opposé et symétrique [Énoncé]

a) $-\vec{AB}$ depuis A : on arrive au symétrique de B par rapport à A . b) B' symétrique : $\vec{AB'} = -\vec{AB}$, so B' est le point tel que A est le milieu de $[BB']$.

Correction 16 – Propriété du milieu [Énoncé]

a) $\vec{AM} = \vec{MB}$. b) $\vec{MA} = -\vec{AM} = -\vec{MB}$. **CQFD** c) $\vec{PI} = \vec{IQ}$.

Correction 17 – Vrai ou faux? [Énoncé]

a) **Faux**. b) **Vrai**. c) **Faux**. d) **Faux** (= $\vec{0}$).

Correction 18 – Démonstration [Énoncé]

$ABCD$ paral. : $\vec{AD} = \vec{BC}$. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$. **CQFD**

Correction 19 – Réciproque [Énoncé]

$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ et $\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC}$ (Chasles). $\vec{DC} = \vec{AB} \Rightarrow ABCD$ parallélogramme. **CQFD**

Correction 20 – Milieux [Énoncé]

a) $AMND$ semble un parallélogramme sur la figure. b) $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ et $\vec{DN} = \frac{1}{2}\vec{DC} = \frac{1}{2}\vec{AB}$. $\vec{AM} = \vec{DN} \Rightarrow AMND$ paral. **CQFD**

Correction 21 – Triangle [Énoncé]

a) Sur la figure : \vec{IJ} semble égal à $\frac{1}{2}\vec{AC}$. b) $\vec{IJ} = \vec{IB} + \vec{BJ} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC}) = \frac{1}{2}\vec{AC}$. **CQFD**

Correction 22 – Varignon [Énoncé]

a) Graphiquement : $MNPQ$ semble un parallélogramme. b) Dans $\triangle ABC$: M mil. $[AB]$, N mil. $[BC] \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Dans $\triangle ACD$: Q mil. $[DA]$, P mil. $[CD] \Rightarrow \overrightarrow{QP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. c) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$: $MNPQ$ est un parallélogramme. **CQFD**

Correction 23 – Navigation [Énoncé]

Construction bout à bout. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$: le trajet direct AC est le résultat. Le trajet direct est plus court car la somme des longueurs \geq longueur de la somme.

Correction 24 – Centre de gravité [Énoncé]

Construction : I milieu de $[AB]$, G sur $[CI]$ à $\frac{2}{3}$ de C . $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ (propriété du barycentre – vérification graphique).

Correction 25 – Démonstration [Énoncé]

O mil. $[AC]$: $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$. O mil. $[BD]$: $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}$. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ parallélogramme. **CQFD**