

Planche 2 – Racines carrées

Seconde • Chapitre 2 • 25 exercices

Cliquez sur [\[Correction\]](#) pour accéder directement au corrigé.

I Calculs de base sur les racines

Exercice 1 – Calculs directs [\[Correction\]](#)

Calculer sans calculatrice.

- a) $\sqrt{32} \times \sqrt{2}$
- b) $\sqrt{3} \times \sqrt{27}$
- c) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$
- d) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{72}}$
- e) $(4\sqrt{5})^2$

Exercice 2 – Calculs avec règles [\[Correction\]](#)

Simplifier.

- a) $\sqrt{5} \times \sqrt{20}$
- b) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$
- c) $(3\sqrt{2})^2$
- d) $\sqrt{8} \times \sqrt{18}$
- e) $\frac{\sqrt{32} \times \sqrt{10}}{\sqrt{80}}$

Exercice 3 – Valeur de $\sqrt{a^2}$ [\[Correction\]](#)

Simplifier (a est un réel quelconque).

- a) $\sqrt{(-3)^2}$

- b) $\sqrt{5^2}$
- c) $\sqrt{(x-2)^2}$
- d) $(\sqrt{7})^2$
- e) $\sqrt{4a^2}$ (pour $a \geq 0$)

II Extraction de carré parfait

Exercice 4 – Extraire le carré parfait [\[Correction\]](#)

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b minimal.

- a) $\sqrt{48}$
- b) $\sqrt{75}$
- c) $\sqrt{72}$
- d) $\sqrt{45}$
- e) $2\sqrt{200}$

Exercice 5 – Extraire – niveau 2 [\[Correction\]](#)

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b minimal.

- a) $\sqrt{108}$
- b) $3\sqrt{125}$
- c) $\sqrt{180}$
- d) $\frac{\sqrt{48}}{2}$
- e) $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$

III Simplification et réduction

Exercice 6 – Réduire – même famille [\[Correction\]](#)

Simplifier (réduire les termes de même radicande).

- a) $3\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2\sqrt{5}$
- b) $4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$
- c) $7\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{2} - \sqrt{5}$
- d) $(3 - 2\sqrt{3}) - (4 - 6\sqrt{3})$

Exercice 7 – Extraire puis réduire [\[Correction\]](#)

Simplifier complètement.

- a) $\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{2}$
- b) $\sqrt{12} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27}$
- c) $\sqrt{75} - \sqrt{12} + 2\sqrt{3}$
- d) $\sqrt{125} - 2\sqrt{20} + 6\sqrt{80}$

Exercice 8 – Simplifier – niveau avancé [\[Correction\]](#)

Simplifier.

- a) $\sqrt{48} + 3\sqrt{3} - \sqrt{75}$
- b) $2\sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{72}$
- c) $\sqrt{28} + \sqrt{63} - 2\sqrt{7}$
- d) $\frac{\sqrt{12} + \sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

IV Développements avec racines

Exercice 9 – Développer et réduire [Correction]

- a) $(\sqrt{2} + 3)^2$
- b) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$
- c) $(1 - \sqrt{7})^2$
- d) $(2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})$

Exercice 10 – Développer et réduire – niveau 2 [Correction]

- a) $(\sqrt{3} - 4)^2$
- b) $(3 + \sqrt{5})^2$
- c) $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$
- d) $(3 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2})$

Exercice 11 – Identités remarquables avec racines [Correction]

Développer et réduire.

- a) $(2 - \sqrt{3})^2$
- b) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})$
- c) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$
- d) $(1 + \sqrt{2})^3$

V Démonstrations**Exercice 12** – Démonstration – $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ [Correction]Soient $a \geq 0$ et $b \geq 0$.

- a) Calculer $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2$.
- b) Calculer $(\sqrt{ab})^2$.
- c) Ces deux quantités sont positives et ont le même carré. Conclure que $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

Exercice 13 – Démonstration – $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$ [Correction]Soient $a > 0$ et $b > 0$.

- a) Calculer $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$.
- b) Calculer $(\sqrt{a+b})^2$.
- c) Comparer les deux résultats et conclure.

Exercice 14 – Vrai ou faux? [Correction]

Vrai ou faux? Si faux, donner un contre-exemple.

- a) $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$
- b) $\sqrt{4 \times 9} = \sqrt{4} \times \sqrt{9}$
- c) $\sqrt{(-4)^2} = -4$
- d) $(\sqrt{5})^2 = 5$
- e) $\sqrt{a^2} = a$ pour tout réel a

VI Problèmes**Exercice 15** – Encadrer \sqrt{n} [Correction]

- a) Encadrer $\sqrt{50}$ entre deux entiers consécutifs.
- b) Encadrer $\sqrt{30}$ entre deux entiers consécutifs.
- c) Encadrer $\sqrt{7}$ entre deux entiers consécutifs.
- d) En déduire un encadrement de $2\sqrt{7}$.

Exercice 16 – Résoudre des équations [Correction]Résoudre dans \mathbb{R} .

- a) $x^2 = 25$
- b) $x^2 = 7$
- c) $\sqrt{x} = 4$ ($x \geq 0$)
- d) $(x - 1)^2 = 9$

Exercice 17 – Rationaliser le dénominateur [Correction]

Écrire sans racine au dénominateur.

- a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- b) $\frac{3}{\sqrt{5}}$
- c) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$
- d) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

Exercice 18 – Problème – Diagonale d'un carré [Correction]Un carré a un côté de longueur a .

- a) Exprimer la longueur d de sa diagonale (théorème de Pythagore).
- b) Calculer d pour $a = 5$ cm. Donner une forme exacte.
- c) Calculer d pour $a = \sqrt{3}$ cm. Simplifier.
- d) Si $d = 10$ cm, quelle est la valeur de a ?

Exercice 19 – Problème – Aire et racine [Correction]L'aire d'un carré est A cm². Son côté est $c = \sqrt{A}$ cm.

- a) Calculer le côté si $A = 72 \text{ cm}^2$. Donner la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$.
- b) Calculer le périmètre correspondant.
- c) Si on double le côté, par quel facteur l'aire est-elle multipliée ?
- d) Pour quel côté entier l'aire est-elle la plus proche de 50 cm^2 ?

Exercice 20 – Simplifier des expressions mêlées [Correction]

Calculer et simplifier.

- a) $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$
- b) $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$
- c) $\sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{2})$
- d) $\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{5}$

Exercice 21 – Prouver une égalité [Correction]

Montrer que :

- a) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 = 8 + 2\sqrt{15}$

- b) $(2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}$
- c) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2}) = 4$
- d) $\sqrt{48} + \sqrt{75} = 9\sqrt{3}$

Exercice 22 – Comparer sans calculatrice [Correction]

Comparer les expressions suivantes.

- a) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ et $\sqrt{8}$
- b) $\sqrt{2} + \sqrt{7}$ et 3
- c) $2\sqrt{3}$ et $\sqrt{11}$
- d) $\sqrt{50}$ et 7

Exercice 23 – Expressions conjuguées [Correction]

Développer et simplifier.

- a) $(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7})$
- b) $(\sqrt{11} + \sqrt{5})(\sqrt{11} - \sqrt{5})$
- c) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ ($a, b \geq 0$)
- d) Montrer que $\frac{1}{3 + \sqrt{7}} = \frac{3 - \sqrt{7}}{2}$.

Exercice 24 – Synthèse – racines et puissances [Correction]

Simplifier.

- a) $\sqrt{3} \times 3^2$
- b) $(\sqrt{2})^6$
- c) $\frac{\sqrt{5^3}}{\sqrt{5}}$
- d) $\sqrt{2^3 \times 3^2}$
- e) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4$

Exercice 25 – Problème – Hypoténuse et racines [Correction]

Dans un triangle rectangle, les deux côtés de l'angle droit mesurent $\sqrt{5} \text{ cm}$ et $\sqrt{7} \text{ cm}$.

- a) Calculer l'hypoténuse. Donner une forme exacte.
- b) Est-ce que $\sqrt{5} + \sqrt{7} = \sqrt{12}$? Justifier.
- c) Comparer l'hypoténuse à $\sqrt{5} + \sqrt{7}$. (Utiliser la démonstration du cours.)
- d) Calculer une valeur approchée à 10^{-2} près de l'hypoténuse.

Rappel – Racines carrées

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ $(\sqrt{a})^2 = a$ $\sqrt{a^2} = |a|$ **Attention :** $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ Pour extraire : chercher le plus grand carré parfait divisant le radicande.

CORRIGÉ — PLANCHE 2

Seconde • Chapitre 2 • Racines carrées

Correction 1 — Calculs directs [Énoncé]

- a) $\sqrt{64} = 8$
 b) $\sqrt{81} = 9$
 c) $\sqrt{49} = 7$
 d) $\sqrt{25/36} = 5/6$
 e) $16 \times 5 = 80$

Correction 2 — Calculs avec règles [Énoncé]

- a) $\sqrt{100} = 10$
 b) $\sqrt{25} = 5$
 c) $9 \times 2 = 18$
 d) $\sqrt{144} = 12$
 e) $\sqrt{320/80} = \sqrt{4} = 2$

Correction 3 — Valeur de $\sqrt{a^2}$ [Énoncé]

- a) $|-3| = 3$
 b) $|5| = 5$
 c) $|x-2|$
 d) 7
 e) $2a$ (car $a \geq 0$)

Correction 4 — Extraire le carré parfait [Énoncé]

- a) $\sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$
 b) $\sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$
 c) $\sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$
 d) $\sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$
 e) $2\sqrt{100 \times 2} = 20\sqrt{2}$

Correction 5 — Extraire — niveau 2 [Énoncé]

- a) $\sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$
 b) $3\sqrt{25 \times 5} = 15\sqrt{5}$
 c) $\sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5}$
 d) $\frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$
 e) $\sqrt{36} = 6$

Correction 6 — Réduire — même famille [Énoncé]

- a) $(3-1+2)\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$
 b) $(4-2+6)\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$
 c) $(7+8)\sqrt{2} + (-3-1)\sqrt{5} = 15\sqrt{2} - 4\sqrt{5}$
 d) $3-2\sqrt{3}-4+6\sqrt{3} = -1+4\sqrt{3}$

Correction 7 — Extraire puis réduire [Énoncé]

- a) $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
 b) $2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
 c) $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
 d) $5\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 24\sqrt{5} = 25\sqrt{5}$

Correction 8 — Simplifier — niveau avancé [Énoncé]

- a) $4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
 b) $10\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$
 c) $2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$
 d) $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 5$

Correction 9 — Développer [Énoncé]

- a) $2 + 6\sqrt{2} + 9 = 11 + 6\sqrt{2}$
 b) $5 - 3 = 2$
 c) $1 - 2\sqrt{7} + 7 = 8 - 2\sqrt{7}$

$$d) 2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 3 = -1 - \sqrt{3}$$

Correction 10 — Développer — niveau 2 [Énoncé]

- a) $3 - 8\sqrt{3} + 16 = 19 - 8\sqrt{3}$
 b) $9 + 6\sqrt{5} + 5 = 14 + 6\sqrt{5}$
 c) $2 - 5 = -3$
 d) $3 - 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}$

Correction 11 — Identités remarquables [Énoncé]

- a) $4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$
 b) $6 - 2 = 4$
 c) $5 + 2\sqrt{15} + 3 = 8 + 2\sqrt{15}$
 d) $(1+\sqrt{2})^2(1+\sqrt{2}) = (3+2\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) = 3+3\sqrt{2}+2\sqrt{2}+4 = 7+5\sqrt{2}$

Correction 12 — Démonstration \sqrt{ab} [Énoncé]

- a) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 (\sqrt{b})^2 = ab.$
 b) $(\sqrt{ab})^2 = ab.$
 c) Deux quantités positives avec le même carré sont égales :
 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}.$ **CQFD**

Correction 13 — Démonstration $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$ [Énoncé]

- a) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b.$
 b) $(\sqrt{a+b})^2 = a + b.$
 c) $a, b > 0 \Rightarrow 2\sqrt{ab} > 0$, donc $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$. Ces quantités étant positives : $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}.$ **CQFD**

Correction 14 — Vrai ou faux? [Énoncé]

- a) **Faux.** $\sqrt{25} = 5 \neq 3 + 4 = 7$.
 b) **Vrai.** $\sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$.
 c) **Faux.** $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 = |-4|$.
 d) **Vrai.** Propriété fondamentale.
 e) **Faux.** $\sqrt{a^2} = |a|$ (ex. $\sqrt{(-2)^2} = 2 \neq -2$).

Correction 15 – Encadrer \sqrt{n} [Énoncé]

- a) $49 < 50 < 64 : 7 < \sqrt{50} < 8$.
 b) $25 < 30 < 36 : 5 < \sqrt{30} < 6$.
 c) $4 < 7 < 9 : 2 < \sqrt{7} < 3$.
 d) $4 < 2\sqrt{7} < 6$.

Correction 16 – Résoudre des équations [Énoncé]

- a) $x = 5$ ou $x = -5$.
 b) $x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$.
 c) $x = 16$.
 d) $x - 1 = 3$ ou $x - 1 = -3$, soit $x = 4$ ou $x = -2$.

Correction 17 – Rationaliser [Énoncé]

- a) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 b) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
 c) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 d) $\frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

Correction 18 – Diagonale d'un carré [Énoncé]

- a) $d = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.
 b) $d = 5\sqrt{2}$ cm.
 c) $d = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6}$ cm.
 d) $a\sqrt{2} = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$ cm.

Correction 19 – Aire et racine [Énoncé]

- a) $c = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ cm.
 b) $P = 4 \times 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$ cm.
 c) $A(2c) = (2c)^2 = 4c^2 = 4A$: aire $\times 4$.
 d) $7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2$: côté 7 cm ($A = 49$ cm², plus proche de 50).

Correction 20 – Expressions mêlées [Énoncé]

- a) $\sqrt{12/3} = \sqrt{4} = 2$
 b) $5 - 1 = 4$
 c) $\sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{2}) = \sqrt{16} - 2 = 4 - 2 = 2$
 d) $\frac{3+2\sqrt{6}+2}{5} = \frac{5+2\sqrt{6}}{5}$

Correction 21 – Prouver une égalité [Énoncé]

- a) $5 + 2\sqrt{15} + 3 = 8 + 2\sqrt{15}$ ☒
 b) $4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$ ☒
 c) $6 - 2 = 4$ ☒
 d) $4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ ☒

Correction 22 – Comparer sans calculatrice [Énoncé]

- a) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 = 8 + 2\sqrt{15} > 8 = (\sqrt{8})^2 : \sqrt{5} + \sqrt{3} > \sqrt{8}$.
 b) $(\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 = 9 + 2\sqrt{14} > 9 = 3^2$ (car $\sqrt{14} > 0$) : $\sqrt{2} + \sqrt{7} > 3$.
 c) $(2\sqrt{3})^2 = 12 > 11 = (\sqrt{11})^2 : 2\sqrt{3} > \sqrt{11}$.
 d) $(\sqrt{50})^2 = 50 > 49 = 7^2 : \sqrt{50} > 7$.

Correction 23 – Expressions conjuguées [Énoncé]

- a) $9 - 7 = 2$
 b) $11 - 5 = 6$
 c) $a - b$
 d) $\frac{1}{3+\sqrt{7}} \times \frac{3-\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}} = \frac{3-\sqrt{7}}{9-7} = \frac{3-\sqrt{7}}{2}$ CQFD

Correction 24 – Synthèse [Énoncé]

- a) $\sqrt{3} \cdot 3^2 = 3^{1/2} \cdot 3^2 = 3^{5/2} = 9\sqrt{3}$
 b) $(\sqrt{2})^6 = 2^3 = 8$
 c) $\frac{5^{3/2}}{5^{1/2}} = 5^1 = 5$
 d) $\sqrt{8 \times 9} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$
 e) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 = \frac{1}{4}$

Correction 25 – Hypoténuse et racines [Énoncé]

- a) $h = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{7})^2} = \sqrt{5+7} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ cm.
 b) Non : $\sqrt{5} + \sqrt{7} \neq \sqrt{12}$ (la somme des racines \neq racine de la somme).
 c) $\sqrt{5} + \sqrt{7} > \sqrt{12}$ d'après la démonstration du cours ($\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ pour $a, b > 0$).
 d) $2\sqrt{3} \approx 2 \times 1,732 = 3,46$ cm.