

## Chapitre 18 — Échantillonnage

Seconde • Échantillon • Loi des grands nombres • Estimation d'une probabilité

**Objectifs :** comprendre la notion d'échantillon • lire et comprendre une fonction Python • observer la loi des grands nombres • calculer  $\frac{1}{\sqrt{n}}$  et interpréter le principe d'estimation.

**Sommaire :** I. Notion d'échantillon • II. Loi des grands nombres • III. Estimation d'une probabilité • IV. Fonctions Python

### I Notion d'échantillon

**Exemples.**

- 200 cartes à puce prélevées : échantillon de taille 200.
- Sonder 1 000 électeurs : échantillon de taille 1 000.
- Lancer une pièce 50 fois : échantillon de taille 50.

**Définition.**

Un **échantillon de taille  $n$**  est constitué de  $n$  répétitions **indépendantes** de la même expérience aléatoire.

**Exercice.** Urne, 30 tirages avec remise. a) Taille de l'échantillon? b) Pourquoi les tirages sont-ils indépendants?

### II Loi des grands nombres

**Exemple.** Fonction de  $(n)$  simulant  $n$  lancers de dé ( $p = \frac{1}{3}$ ) :

$n$	$f$ observée
10	0,300
100	0,310
1 000	0,327
10 000	0,334

**Propriété.**

Quand  $n$  devient **grand**, la fréquence observée  $f$  est **le plus souvent proche** de la probabilité  $p$ .

**Exercice.** Pièce équilibrée,  $n$  lancers. a)  $p$  théorique de PILE? b) Que prédit la loi des grands nombres pour  $n = 10\,000$ ?

### III Estimation d'une probabilité

**Exemple.** Pour  $n = 10\,000$  :  $\frac{1}{\sqrt{10\,000}} = \frac{1}{100} = 0,01$ .

Sur  $N$  simulations, environ 95 % vérifient  $|f - p| \leq 0,01$ .

**Propriété.**

Pour  $n$  assez grand, dans 95 % des cas :

$$|f - p| \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$$

**Exercice.** Pour  $n = 400$ , calculer  $\frac{1}{\sqrt{n}}$  et interpréter.

## IV Fonctions Python

**Contexte.** Dé à 6 faces. Gagner si résultat = 1 ou 6.  $p = \frac{1}{3}$ .

```

1 from random import *
2 from math import *
3
4 def de(n):
5     s = 0
6     for k in range(n):
7         r = randint(1, 6)
8         if r == 1 or r == 6:
9             s = s + 1
10    return(s / n)

```

**Lecture.** `randint(1, 6)` : entier aléatoire entre 1 et 6.  $s$  : nb de gains.  $s/n$  : fréquence.

**Exercice.** Fonction `piece(n)` : `randint(0,1)`, if `r==0`: `s+=1`, return `s/n`. a) Que renvoie `piece(100)`? b) Vers quelle valeur tend `piece(n)` pour  $n$  grand?

```

1 def estim(N, n):
2     c = 0
3     for k in range(N):
4         f = de(n)
5         if abs(f - 1/3) <= 1/sqrt(n):
6             c = c + 1
7     return(c / N)

```

**Lecture.**

- $\text{abs}(f - 1/3)$  :  $|f - \frac{1}{3}|$ .
- $c$  : nb de cas où  $|f - p| \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$ .
- $c/N$  : proportion sur  $N$  simulations ( $\approx 95\%$ ).

**Exercice.** Pour adapter `estim` à une pièce ( $p = \frac{1}{2}$ ), quelle ligne modifier ?

Notion	À retenir
Échantillon	$n$ répétitions indépendantes
Loi des grands nombres	$f \rightarrow p$ quand $n \rightarrow \infty$
Estimation (95 %)	$ f - p  \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$
<code>randint(a, b)</code>	entier aléatoire dans $[a; b]$
<code>abs(x)</code>	valeur absolue
<code>sqrt(n)</code>	$\sqrt{n}$