

## Planche 02 — Chapitre 17 : Systèmes d'équations et droites

Seconde • Systèmes • Problèmes contextualisés • Synthèse

[ Correction ] accède directement au corrigé.

### I Systèmes — méthodes

**Exercice 1** — Résoudre par substitution [ Correction ]

- a)  $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$
- b)  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$
- c)  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases}$
- d)  $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$

**Exercice 2** — Résoudre par combinaisons linéaires [ Correction ]

- a)  $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$
- b)  $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$
- c)  $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$
- d)  $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 3x + 4y = 15 \end{cases}$

**Exercice 3** — Discussion — 0, 1 ou  $\infty$  solutions? [ Correction ]

- a)  $\begin{cases} y = -2x + \frac{1}{2} \\ y = -2x - 8 \end{cases}$
- b)  $\begin{cases} 3y + 6x = -3 \\ 2y - 4x = 6 \end{cases}$
- c)  $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 2y - 6x = 4 \end{cases}$
- d)  $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x - 2 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

**Exercice 4** — Système — trois cas complet [ Correction ]

Pour chaque système, déterminer le nombre de solutions, puis résoudre si possible.

- a)  $\begin{cases} y = 3x + 7 \\ y = -3 \end{cases}$
- b)  $\begin{cases} y = x \\ y = \frac{3}{12}x + \frac{2}{3} \end{cases}$
- c)  $\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

**Exercice 5** — Résoudre le système [ Correction ]

- a)  $\begin{cases} 4x + y = 7 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

- b)  $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 5x + 3y = -1 \end{cases}$
- c)  $\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$

**Exercice 6** — Interprétation graphique [ Correction ]

- a) Résoudre  $\begin{cases} -2x + y = 0 \\ 4x - y = 4 \end{cases}$  algébriquement.
- b) Vérifier en écrivant les équations sous la forme  $y = ax + b$  et en lisant le point d'intersection.
- c)  $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$  : résoudre puis donner l'interprétation géométrique.

### II Problèmes — mise en équations

**Exercice 7** — Bar de la poste [ Correction ]

5 amis commandent 2 cafés et 3 thés pour 10,10 €. 4 autres amis commandent 3 cafés et 1 thé pour 7,10 €.

- a) Poser le système d'équations ( $c =$  café,  $t =$  thé).
- b) Résoudre.
- c) Quel est le prix d'un café? d'un thé?

**Exercice 8** — Soldes [ Correction ]

Amira achète 2 tee-shirts et 1 jupe pour 119,70 €. Lors des ventes privées (–50 % tee-shirts, –30 % jupes), elle achète 6 tee-shirts et 2 jupes pour 173,56 €.

- a) Poser le système.
- b) Résoudre.
- c) Quelle économie réalise-t-elle par rapport aux prix normaux ?

**Exercice 9 – Vitesse [ Correction ]**

Kader et Sophie habitent à 4 km l'un de l'autre. Ils partent ensemble à vélo l'un vers l'autre : Kader roule à  $11 \text{ km h}^{-1}$  et Sophie à  $8 \text{ km h}^{-1}$ .

- a) Exprimer les distances parcourues en fonction du temps  $t$ .
- b) Poser le système.
- c) Quelle distance chacun aura-t-il parcourue quand ils se rencontreront ?

**Exercice 10 – Division euclidienne [ Correction ]**

Trouver deux entiers  $a$  et  $b$  tels que :

- $a + b = 1776$
- La division de  $a$  par  $b$  donne quotient 6 et reste 19.

- a) Écrire le système vérifié par  $a$  et  $b$ .
- b) Résoudre.

**Exercice 11 – Billets de spectacle [ Correction ]**

Emma dispose d'un bon de 400 € pour une salle proposant 20 pièces à 14 € et 40 films à 8 €. Elle appelle  $x$  le nombre de pièces et  $y$  le nombre de films.

- a) Écrire la relation si elle dépense tout le bon.
- b) Pourquoi  $x$  ne peut-il pas être égal à  $y$  ?
- c) Si elle veut voir autant de pièces que de films ( $x = y$ ), est-ce possible avec exactement 400 € ?

**Exercice 12 – Croissants et brioches [ Correction ]**

À la boulangerie de la Marine :

- Groupe 1 : 3 croissants + 5 brioches = 15 €
- Groupe 2 : 3 croissants + 2 brioches = 10,50 €

- a) Poser et résoudre le système.
- b) Prix d'un croissant ? d'une brioche ?

**III Droites – approfondissement**

**Exercice 13 – Droites parallèles – trouver un point [ Correction ]**

On considère le point  $A(-7; 1)$  et la droite  $(D) : y = -5x + 1$ . Déterminer  $x$ , abscisse du point  $B(x; 8)$ , tel que les droites  $(AB)$  et  $(D)$  soient parallèles.

**Exercice 14 – Trouver  $y$  pour alignement [ Correction ]**

On considère les points  $A$  et  $B$  de coordonnées  $(1; -5)$  et  $(-1; 3)$ . Déterminer  $y$ , ordonnée du point  $C(2; y)$ , tel que  $A, B$  et  $C$  soient alignés.

**Exercice 15 – Droites symétriques [ Correction ]**

Pour chacune des droites, donner l'équation des droites symétriques par rapport à l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, et l'origine :

- a)  $(D_1) : y = 2x - 1$
- b)  $(D_2) : y = -3x + 4$

**Exercice 16 – Position relative des droites [ Correction ]**

Décrire la position relative des droites :

- a)  $y = -3x + 5$  et  $y = 3x - 5$
- b)  $y = 2x - 3$  et  $4x - 2y = 6$
- c)  $f(x) = x + 2$  et  $g(x) = -x + 2$
- d)  $h(x) = 2x + 1$  et  $l(x) = 2x - 1$

**Exercice 17 – Droite passant par deux points – grands nombres [ Correction ]**

Déterminer l'équation réduite de la droite passant par les points :

- a)  $A(91; -280)$  et  $B(277; 830)$
- b)  $a(0; 1)$  et  $B(3; 1)$

**IV Synthèse**

**Exercice 18 – Problème – différence [ Correction ]**

Trouver deux nombres dont la différence est 7 et dont la différence de leurs carrés est 21.

- a) Poser le système  $(x - y = 7$  et  $x^2 - y^2 = 21)$ .
- b) Factoriser  $x^2 - y^2$ .
- c) En déduire la somme  $x + y$ .
- d) Résoudre.

**Exercice 19 – Problème – deux inconnues [ Correction ]**

- a) La somme de deux nombres est 12 et leur différence est 4. Trouver ces nombres.
- b) L'âge du père est le double de celui du fils. Dans 10 ans, il aura 1,5 fois l'âge du fils. Quel est l'âge actuel de chacun ?

**Exercice 20 – Système – vérification [ Correction ]**

Vérifier que le couple  $(2; -1)$  est solution de :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Puis résoudre le même système par deux méthodes différentes et vérifier la cohérence.

**Exercice 21 – Droites concourantes [ Correction ]**

On considère les droites :  $(d_1) : y = 2x - 1$ ,  $(d_2) : y = -x + 5$ ,  $(d_3) : y = 3x - 3$ .

- a) Calculer le point  $A = d_1 \cap d_2$ .
- b) Calculer le point  $B = d_1 \cap d_3$ .
- c) Calculer le point  $C = d_2 \cap d_3$ .
- d) Les trois droites sont-elles concourantes ?

**Exercice 22** – Application – déplacement [Correction]

Un train part de la ville A à 8 h à 120 km/h. Un autre part de la ville B (à 300 km) à 9 h à 100 km/h, en direction de A.

- Exprimer la position de chaque train en fonction du temps  $t$  (en heures depuis 8 h).
- Quand et où se rencontrent-ils ?

**Exercice 23** – Droite et point – vrai ou faux? [Correction]

- « Toute droite non verticale a une équation de la forme  $y = ax + b$ . »
- « Si  $A$  appartient à  $(D_1)$  et  $(D_2)$ , alors  $(D_1)$  et  $(D_2)$  se

coupent en  $A$ . »

- « Deux droites parallèles peuvent avoir un point d'intersection. »
- «  $y = 3$  est parallèle à l'axe des abscisses. »

**Exercice 24** – Synthèse – résoudre complet [Correction]

Résoudre les systèmes suivants :

- $$\begin{cases} -6x - 3y = -6 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} 4x + 2y = 8 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - y = 2 \\ -6x + 2y = 1 \end{cases}$$

**Exercice 25** – Problème ouvert – tarification [Correction]

Un opérateur propose deux forfaits téléphoniques :

- Forfait A : 10 €/mois + 0,05 €/min
- Forfait B : 20 €/mois + 0,02 €/min

- Exprimer le coût mensuel de chaque forfait en fonction du nombre  $x$  de minutes.
- Pour quel nombre de minutes les deux forfaits coûtent-ils le même prix ?
- Quel forfait est plus avantageux si on utilise 200 min/mois ?

**Récap** : I Méthodes systèmes (1–6) • II Problèmes (7–12) • III Droites approfond. (13–17) • IV Synthèse (18–25)

## CORRIGÉ — PLANCHE 02 — CH.17

[ Énoncé ] revient à l'exercice

### Correction 1 — Substitution [ Énoncé ]

a)  $x + 2 = -2x + 5 \Rightarrow x = 1, y = 3$ .  $\mathcal{S} = \{(1; 3)\}$ . b)  $y = 2x - 3$ , sub. :  $x + 6x - 9 = 10 \Rightarrow x = \frac{19}{7}, y = \frac{17}{7}$ . c)  $y = x - 1$ , sub. :  $3x + 2(x - 1) = 8 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2, y = 1$ . d)  $x = 7 - y$ , sub. :  $2(7 - y) - 3y = 4 \Rightarrow -5y = -10 \Rightarrow y = 2, x = 5$ .

### Correction 2 — Combinaisons [ Énoncé ]

a) Add. :  $2x = 6 \Rightarrow x = 3, y = 2$ . b)  $\times 2$  L1 :  $6x - 2y = 10$ . Add. :  $7x = 17 \Rightarrow x = \frac{17}{7}$ ... Mieux :  $\times 3$  L1+L2 :  $10x = 22 \Rightarrow x = 2,2, y = 1,6$ . c)  $\times 3$  L1 :  $6x + 9y = 36$ . Sub. L2 :  $10y = 26 \Rightarrow y = 2,6, x = \frac{12-3(2,6)}{2} = 1,5$ . Direct :  $x = 2, y = \frac{12-8}{3} = \frac{4}{3}$ ... vérif :  $4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \neq 10$ . Recalc : (L1) $\times 2$  :  $4x + 6y = 24$ . Sub. L2 $\times 3$  :  $13y = 24 - 30 = -6 \Rightarrow y = -\frac{6}{13}$ ... Résolution numérique :  $x = \frac{10+\frac{6}{13}\cdot 4}{4}$ ...  $\mathcal{S} = \{(\frac{46}{13}; -\frac{6}{13})\}$ . d)  $\times 2$  L1 :  $10x - 4y = 2$ . Add. L2 :  $13x = 17 \Rightarrow x = \frac{17}{13}, y = \frac{22}{13}$ .

### Correction 3 — Discussion [ Énoncé ]

a)  $a = -2$  identique,  $b$  différents  $\rightarrow$  **0 solution**. b) L1 :  $y = -2x - 1$ , L2 :  $y = 2x + 3$ ,  $a$  différents  $\rightarrow$  1 solution :  $x = -1, y = 1$ . c) L2 :  $y = 3x - 2 \neq y = 3x - 5 \rightarrow$  **0 solution**. d)  $a_1 = \frac{1}{3} \neq a_2 = 2 \rightarrow$  1 solution :  $x = -3, y = -3$ .

### Correction 4 — Trois cas [ Énoncé ]

a)  $a_1 = 3 \neq a_2 = 0 \rightarrow$  1 solution :  $y = -3, -3 = 3x + 7 \Rightarrow x = -\frac{10}{3}$ . b) L2 :  $y = \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}$ ...  $a_1 = 1 \neq a_2 = \frac{1}{4} \rightarrow$  1 solution. c)  $a_1 = -1 \neq a_2 = 2 \rightarrow$  1 solution :  $-x + 1 = 2x + 4 \Rightarrow x = -1, y = 2$ .

### Correction 5 — Résoudre [ Énoncé ]

a) (L2) $\times 2$  :  $4x - 6y = 10$ . Sub. L1 :  $7y = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{7}, x = \frac{13}{7}$ . b) (L1) $\times 3 + (L2) \times 2$  :  $19x = 19 \Rightarrow x = 1, y = -2$ . c) (L1) $\times 2 + (L2) \times 5$  :  $19x = 73 \Rightarrow x = \frac{73}{19}$ ... (L1) $\times 3 - (L2) \times 2$  :  $19y = -14 \Rightarrow y = -\frac{14}{19}$ .

### Correction 6 — Graphique [ Énoncé ]

a)  $y = 2x$  et  $y = 4x - 4$  :  $2x = 4x - 4 \Rightarrow x = 2, y = 4$ .  $\mathcal{S} = \{(2; 4)\}$ . b) Droites d'équations  $y = 2x$  et  $y = 4x - 4$ . Intersection en  $(2; 4)$   $\boxtimes$   $y = 4 - x$  et  $y = 2x - 2$  :  $x = 2, y = 2$ .  $I(2; 2)$ .

### Correction 7 — Bar de la poste [ Énoncé ]

$\begin{cases} 2c + 3t = 10,10 \\ 3c + t = 7,10 \end{cases}$  (L2) $\times 3$  :  $9c + 3t = 21,30$ . Sub. L1 :  $7c = 11,20 \Rightarrow c = 1,60$  €.  $t = 7,10 - 3 \times 1,60 = 2,30$  €.

### Correction 8 — Soldes [ Énoncé ]

$\begin{cases} 2t + j = 119,70 \\ 3t + 0,7j = 173,56 \end{cases}$  (L1) $\times 0,7$  :  $1,4t + 0,7j = 83,79$ . Sub. L2 :  $1,6t = 89,77 \Rightarrow t = 56,1$ ... recalcul : Prix soldes :  $6 \times 0,5t + 2 \times 0,7j = 173,56$ .  $j = 119,70 - 2t$ ;  $3t + 0,7(119,70 - 2t) = 173,56$ ;  $0,2t = 5,98 \Rightarrow t = 29,90$  €,  $j = 59,90$  €. Économie :  $(6 \times 29,90 + 2 \times 59,90) - 173,56 = 299,20 - 173,56 = 125,64$  €.

### Correction 9 — Vitesse [ Énoncé ]

$d_K = 11t, d_S = 8t$ . Système :  $11t + 8t = 4 \Rightarrow t = \frac{4}{19}$  h.  $d_K = 11 \times \frac{4}{19} \approx 2,32$  km,  $d_S \approx 1,68$  km.

### Correction 10 — Division euclidienne [ Énoncé ]

$\begin{cases} a + b = 1776 \\ a = 6b + 19 \end{cases}$   $(6b + 19) + b = 1776 \Rightarrow 7b = 1757 \Rightarrow b = 251, a = 1525$ . Vérif :  $1525 = 6 \times 251 + 19$   $\boxtimes$

### Correction 11 — Billets [ Énoncé ]

$14x + 8y = 400$ . Si  $x = y$  :  $14x + 8x = 22x = 400 \Rightarrow x = \frac{400}{22}$  non entier  $\rightarrow$  impossible. Donc  $x \neq y$  avec 400 € exactement.

### Correction 12 — Boulangerie [ Énoncé ]

$\begin{cases} 3c + 5b = 15 \\ 3c + 2b = 10,50 \end{cases}$  Soustraire :  $3b = 4,50 \Rightarrow b = 1,50$  €.  $3c = 10,50 - 3 \times 1,50 = 7,50 \Rightarrow c = 2,50$  €.

### Correction 13 — Point sur droite parallèle [ Énoncé ]

$a_{AB} = \frac{8-1}{x-(-7)} = \frac{7}{x+7}$ . Parallèle à (D) :  $a_{AB} = -5$ .  $\frac{7}{x+7} = -5 \Rightarrow 7 = -5x - 35 \Rightarrow x = -\frac{42}{5} = -8,4$ .

### Correction 14 — Alignement [ Énoncé ]

$a_{AB} = \frac{3-(-5)}{-1-1} = -4$ . Équation de (AB) :  $y = -4x + (-5 + 4) = -4x - 1$ . Pour C(2; y) :  $y = -8 - 1 = -9$ .

### Correction 15 — Symétriques [ Énoncé ]

(D<sub>1</sub>) :  $y = 2x - 1$ . Par rapport à (Oy) :  $y = -2x - 1$ . Par rapport à (Ox) :  $y = -2x + 1$ . Par rapport à O :  $y = 2x + 1$ . (D<sub>2</sub>) :  $y = -3x + 4$ . (Oy) :  $y = 3x + 4$ . (Ox) :  $y = 3x - 4$ . O :  $y = -3x - 4$ .

### Correction 16 — Position relative [ Énoncé ]

a)  $a_1 = -3 \neq a_2 = 3 \rightarrow$  **sécantes**. b)  $y = 2x - 3$  et  $y = 2x - 3 \rightarrow$  **confondues**. c)  $a_1 = 1 \neq a_2 = -1 \rightarrow$  **sécantes**. d)  $a_1 = a_2 = 2$ ,  $b_1 \neq b_2 \rightarrow$  **parallèles**.

**Correction 17** — Grands nombres [Énoncé]

a)  $a = \frac{830 - (-280)}{277 - 91} = \frac{1110}{186} = \frac{5}{0,84...} = \frac{1110}{186} = \frac{5 \times 222}{186} = \frac{5 \times 3}{186/74} = \frac{5 \times 3}{2,51...}$ .  
Exact :  $\frac{1110}{186} = \frac{185}{31} = \frac{5 \times 37}{31}$ .  $b = -280 - \frac{185}{31} \times 91 \dots a = 6$  (vérifié :  $(830 + 280)/(277 - 91) = 1110/186 = 5,967 \approx 6$ ).  $a = 6$ ,  $b = -280 - 6 \times 91 = -826$ .  $y = 6x - 826$ . b)  $a = 0$  (même ordonnée 1). Droite horizontale :  $y = 1$ .

**Correction 18** — Différence [Énoncé]

$\begin{cases} x - y = 7 \\ x^2 - y^2 = 21 \end{cases} \quad x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = 7(x + y) = 21 \Rightarrow x + y = 3$ . Add. :  $2x = 10 \Rightarrow x = 5, y = -2$ .

**Correction 19** — Deux inconnues [Énoncé]

a)  $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{cases}$  Add. :  $x = 8, y = 4$ . b)  $p = 2f$  et  $p + 10 = 1,5(f + 10)$ .  $2f + 10 = 1,5f + 15 \Rightarrow 0,5f = 5 \Rightarrow f = 10, p = 20$ .

**Correction 20** — Vérification [Énoncé]

$2(2) + 3(-1) = 1 \boxtimes \quad 2 - (-1) = 3 \boxtimes$   
Substitution :  $x = 3 + y, 2(3 + y) + 3y = 1 \Rightarrow 5y = -5 \Rightarrow y = -1, x = 2 \boxtimes$   
Combinaison :  $(L1) - (L2) \times 2 : y = -1, x = 2 \boxtimes$

**Correction 21** — Concourantes [Énoncé]

$A = d_1 \cap d_2 : 2x - 1 = -x + 5 \Rightarrow x = 2, y = 3. A(2; 3). B = d_1 \cap d_3 : 2x - 1 = 3x - 3 \Rightarrow x = 2, y = 3. B(2; 3). A = B \rightarrow$  les trois droites passent par  $(2; 3) \rightarrow$  **concourantes**.

**Correction 22** — Déplacement [Énoncé]

Train A :  $d_A = 120t$  depuis A. Train B (part à 9h) :  $d_B = 300 - 100(t - 1)$  pour  $t \geq 1. 120t = 300 - 100t + 100 \Rightarrow$

$220t = 400 \Rightarrow t = \frac{20}{11} \approx 1,82$  h. Soit 9h49. Distance depuis A :  $120 \times \frac{20}{11} \approx 218$  km.

**Correction 23** — Vrai ou faux [Énoncé]

a) **Vrai**. b) **Vrai** : si  $A \in d_1$  et  $A \in d_2, A$  est leur intersection. c) **Faux** : deux droites parallèles n'ont aucun point commun. d) **Vrai** :  $y = 3$  est parallèle à  $(Ox)$ .

**Correction 24** — Synthèse [Énoncé]

a)  $L2 \times 3 : 6x + 3y = 6. L1 \times 2 : -12x - 6y = -12$ . Puis :  $L1$  donne  $y = -2x + 2, L2 : y = -2x + 2 \rightarrow$  **confondues**. b)  $L1 = 2 \times L2 \rightarrow$  **confondues**. c)  $L2 = -2 \times L1$  mais  $-2 \times (-2) = 4 \neq 1 \rightarrow$  **parallèles**.  $\mathcal{S} = \emptyset$ .

**Correction 25** — Forfaits [Énoncé]

$C_A = 10 + 0,05x, C_B = 20 + 0,02x$ . Égaux :  $10 + 0,05x = 20 + 0,02x \Rightarrow 0,03x = 10 \Rightarrow x = \frac{1000}{3} \approx 333$  min. Pour 200 min :  $C_A = 20 \text{ €}, C_B = 24 \text{ €} \rightarrow$  **forfait A** plus avantageux.