

Planche 02 – Chapitre 16 : Probabilités

Seconde • Problèmes en contexte • Arbre • Tableaux • Synthèse

[Correction] accède directement au corrigé.

I Événements et vocabulaire

Exercice 1 – Cartes 32 – intersection/réunion [Correction]

On tire une carte d'un jeu de 32 cartes. C = « cœur », F = « figure ».

- Décrire $C \cap F$ et donner son nombre d'issues.
- Décrire $C \cup F$ et son nombre d'issues.
- Décrire $\overline{C \cap F}$ et son nombre d'issues.
- Décrire $\overline{C \cup F}$ et son nombre d'issues.

Exercice 2 – Doigts [Correction]

On choisit au hasard un doigt d'une des deux mains. I = « index », G = « main gauche ».

- Calculer $p(I)$, $p(G)$.
- Calculer $p(\overline{I})$, $p(\overline{G})$.
- Calculer $p(I \cup G)$, $p(I \cap G)$.
- Calculer $p(\overline{I \cup G})$, $p(\overline{I \cap G})$.

Exercice 3 – Événement contraire d'une classe [Correction]

On choisit un élève au hasard dans une classe. Quel est l'événement contraire de :

- « c'est une fille qui a appris sa leçon » ?
- « c'est une fille ou un élève qui a appris sa leçon » ?

Exercice 4 – Échiquier [Correction]

On tire au hasard une pièce d'un échiquier. C = « la pièce est une tour ou elle est blanche ».

- Exprimer C à l'aide des événements T = « tour » et B = « blanche ».
- Décrire l'événement \overline{C} .

Exercice 5 – Trajet de A à B [Correction]

Pour aller de A à B, on choisit au hasard un trajet parmi tous les chemins possibles en se déplaçant d'un « pas » à droite ou d'un « pas » vers le haut sur une grille 3×3 .

- Combien y a-t-il de trajets possibles ?
- Quelle est la probabilité de chaque trajet ?

Exercice 6 – Mère avec garçons [Correction]

Une mère a deux garçons et attend un 3^e enfant.

- Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?
- Cette probabilité est-elle modifiée par le fait qu'elle a déjà deux garçons ?

II Tableaux à double entrée

Exercice 7 – Épidémies au lycée [Correction]

Dans un lycée, deux épidémies : gastro-entérite (G) et

rhume (R). On choisit un élève. Décrire à l'aide de G et R :

- « l'élève a la gastro et le rhume »
- « l'élève a le rhume mais pas la gastro »
- « l'élève a au moins une des deux maladies »
- « l'élève n'a aucune des deux maladies »

Exercice 8 – Sondage station de ski [Correction]

Enquête auprès de 250 skieurs : $\frac{2}{3}$ des week-endeurs possèdent leur matériel ; $\frac{1}{2}$ des « deux semaines » aussi ; 44 % louent sur place.

- Reproduire et compléter le tableau :

	L	A	M	Tot.
S				
W	5	30		25
Q	30			
Total	100			250

- Calculer $p(Q)$ et $p(L)$.
- Calculer $p(Q \cap L)$.
- Calculer $p(Q \cup L)$.

Exercice 9 – Car scolaire [Correction]

Dans un car de 75 élèves (40 garçons) : 32 n'aiment pas les chants grégoriens dont la moitié sont des filles ; 20 % des garçons les aiment ; 18 filles n'en ont jamais entendu parler.

- Reproduire et compléter le tableau.

- b) $p(\text{garçon choisi au hasard})$.
- c) $p(\text{garçon qui aime les chants})$.
- d) Parmi les garçons, $p(\text{aime les chants})$.

Exercice 10 — Vaccin contre la grippe [Correction]

Dans un lycée : 10 % des élèves ont eu la grippe dont 4 % des vaccinés.

- a) Dresser un tableau à double entrée.
- b) $p(V)$ et $p(G)$.
- c) $p(V \cap G)$ et $p(V \cup G)$.
- d) Parmi les vaccinés, $p(\text{grippe})$.
- e) Parmi les non-vaccinés, $p(\text{grippe})$.
- f) Expliquer pourquoi le vaccin est efficace.

III Arbres et problèmes contextualisés

Exercice 11 — Consoles de jeux [Correction]

Dans un magasin, 127 consoles vendues dont 53 Z-boite 2. Pedro entre pour acheter une console.

- a) $p(\text{il achète la Gare de jeux})$.
- b) Bill pense que Pedro a 50 % de chances pour chaque console. A-t-il raison ?

Exercice 12 — Résultats au baccalauréat [Correction]

Établissement de 2 000 élèves. 19 % en Terminale ; parmi eux, 55 % de filles. Taux de réussite : 85 % ; parmi les candidats ayant échoué, $\frac{8}{19}$ sont des filles.

- a) Compléter le tableau des effectifs (réussite/échec, filles/garçons).
- b) $p(R)$ et $p(G)$.
- c) Parmi les bacheliers, $p(\text{fille})$.

Exercice 13 — Pièce — plusieurs expériences [Correction]

Pièce équilibrée. Décrire l'univers et la loi de probabilité dans chaque cas :

- a) Un lancer : noter la face.
- b) Deux lancers : noter les deux faces dans l'ordre.
- c) Deux lancers : noter sans tenir compte de l'ordre.

Exercice 14 — Q.C.M. 5 questions [Correction]

Un élève répond au hasard à un Q.C.M. de 5 questions.

- a) Quel est l'événement contraire de « il a répondu juste à au moins 2 questions » ?
- b) Soit $B = \ll \text{l'élève a 5 réponses justes} \gg$. Décrire \bar{B} .

Exercice 15 — Sondag — 3 réponses [Correction]

Une personne répond au hasard à un sondage. 2 questions, 3 choix chacune : favorable, sans opinion, opposé.

- a) De combien de façons peut-elle répondre ?
- b) Construire un arbre.

IV Synthèse et problèmes avancés

Exercice 16 — Jetons — arbre avec remise [Correction]

Urne : 1 rose, 2 jaunes, 1 violet. On tire successivement 2 jetons **avec remise**.

- a) Construire l'arbre.
- b) Calculer $p(2 \text{ jaunes})$.
- c) Calculer $p(\text{au moins 1 jaune})$ par le contraire.

Exercice 17 — Dé pipé — sans équiprobabilité [Correction]

Un dé pipé : $p(F)$ dépend de F .

F	1	2	3	4	5	6
p	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	? p

- a) Calculer $p(6)$.
- b) $p(\text{face paire})$.
- c) $p(\text{face} \geq 5)$.

Exercice 18 — Écrire son prénom [Correction]

THÉO connaît les 4 lettres sans se souvenir de l'ordre.

- a) Combien a-t-il de possibilités d'écriture ?
- b) $p(\text{écrire correctement})$.
- c) $p(\text{mot commençant par T})$.
- d) S'il sait que ça commence par T, $p(\text{écrire correctement})$.

Exercice 19 — Délégués [Correction]

Classe de 13 filles et 16 garçons. On désigne au hasard une fille et un garçon comme délégués.

- a) Combien de couples possibles ?
- b) $p(\text{la déléguée est Fatima et le délégué est Tom})$?

Exercice 20 — Dés à 6 faces — soustraction [Correction]

On lance deux dés à 6 faces et on soustrait le plus petit du plus grand (résultat nul si double).

- a) Quels sont les résultats possibles ?
- b) Est-ce une situation d'équiprobabilité ?
- c) Calculer $p(\text{résultat} = 0)$ et $p(\text{résultat} = 1)$.

Exercice 21 — Vrai ou faux — synthèse [Correction]

- a) « $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ toujours. »
- b) « $p(A \cap B) \leq \min(p(A), p(B))$ toujours. »
- c) « Si A et B sont incompatibles, $p(A) + p(B) \leq 1$. »
- d) « $p(\overline{A \cup B}) = p(\overline{A}) + p(\overline{B})$. »

Exercice 22 — Sondage consoles [Correction]

Pedro entre dans un magasin. $p(\text{Z-boite}) = \frac{53}{127}$.
 $p(\text{Gare de jeux}) = \frac{74}{127}$.

- a) Ces événements sont-ils incompatibles ?
- b) Calculer $p(\text{Z-boite}) + p(\text{Gare})$.
- c) Pourquoi ne peut-on pas dire que chaque console a 50 % de chances ?

Exercice 23 — Arbre — lancers de pièce (5 fois) [Correction]

On lance une pièce 5 fois. La sortie de Pile rapporte 1 point, Face ne rapporte rien.

- Décrire l'univers.
- Combien y a-t-il d'issues ?
- $p(\text{score} = 5)$.
- $p(\text{score} = 0)$.

Exercice 24 – Problème – pièce à deux faces [Correction]

- $p(A) = 0,5$, $p(B) = 0,8$, $p(A \cap B) = 0,4$. Calculer $p(A \cup B)$.
- $p(A) = 0,7$, $p(B) = 0,5$, $p(A \cap B) = 0,3$. Calculer $p(\overline{A \cup B})$.

Exercice 25 – Problème ouvert – ski [Correction]

À la station de ski (exo 8), on choisit au hasard un client qui possède son propre matériel.

- Quelle est la probabilité qu'il vienne tous les week-ends ?
- Quelle est la probabilité qu'il vienne deux semaines par an ?

Récap : I Événements (1–6) • II Tableaux (7–10) • III Arbres/contextes (11–15) • IV Synthèse (16–25)

CORRIGÉ — PLANCHE 02 — CH.16

[Énoncé] revient à l'exercice

Correction 1 – Cartes 32 [Énoncé]

32 cartes : 8 cœurs dont 4 figures (V,D,R,As), 8 figures au total.
 a) $C \cap F$: figure de cœur \rightarrow 4 issues. b) $C \cup F$: cœur ou figure $\rightarrow 8 + 8 - 4 = 12$ issues. c) $\bar{C} \cap F$: figure pas cœur \rightarrow 4 issues.
 d) $\overline{C \cup F}$: ni cœur ni figure \rightarrow 20 issues.

Correction 2 – Doigts [Énoncé]

10 doigts : 2 index, 5 sur main gauche. $p(I) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$,
 $p(G) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. $p(\bar{I}) = \frac{4}{5}$, $p(\bar{G}) = \frac{1}{2}$. $p(I \cap G) = \frac{1}{10}$ (index gauche).
 $p(I \cup G) = \frac{2+5-1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. $p(\bar{I} \cap G) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.
 $p(\bar{I} \cup G) = 1 - p(I \cap \bar{G}) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$.

Correction 3 – Événement contraire [Énoncé]

a) « c'est un garçon **ou** un élève qui n'a pas appris sa leçon ». b) « c'est un garçon **et** un élève qui n'a pas appris sa leçon ».

Correction 4 – Échiquier [Énoncé]

$C = T \cup B$. $\bar{C} = \bar{T} \cap \bar{B}$: « la pièce n'est pas une tour et elle n'est pas blanche », c.-à-d. une pièce noire qui n'est pas une tour.

Correction 5 – Trajet A \rightarrow B [Énoncé]

Sur une grille 3×3 (3 pas à droite + 3 en haut) : $\binom{6}{3} = 20$ trajets possibles. $p(\text{un trajet précis}) = \frac{1}{20}$.

Correction 6 – Mère [Énoncé]

a) $p(\text{fille}) = \frac{1}{2}$. b) Non : les naissances sont indépendantes. Le sexe des enfants précédents n'influence pas.

Correction 7 – Épidémies [Énoncé]

a) $G \cap R$. b) $R \cap \bar{G}$. c) $G \cup R$. d) $\bar{G} \cap \bar{R} = \overline{G \cup R}$.

Correction 8 – Sondage ski [Énoncé]

Tableau complété (L=loue sur place, A=ailleurs, M=possède, S=1 semaine, W=week-ends, Q=2 semaines) : $p(Q) = \frac{100}{250} = 0,4$,
 $p(L) = 0,44$. $p(Q \cap L) = \frac{30}{250} = 0,12$. $p(Q \cup L) = 0,4 + 0,44 - 0,12 = 0,72$.

Correction 9 – Car scolaire [Énoncé]

35 filles, 40 garçons. 32 n'aiment pas dont 16 filles. Aiment : 8 garçons (20%), 35 - 16 - 18 = 1 fille. Ne connaissent pas : 18 filles. $p(\text{garçon}) = \frac{40}{75} = \frac{8}{15}$. $p(\text{garçon aime}) = \frac{8}{75}$. Parmi garçons : $p(\text{aime}) = \frac{8}{40} = 0,2$.

Correction 10 – Vaccin [Énoncé]

Notons V (vacciné) et G (grippe). $p(G) = 0,10$, $p(V \cap G) = 0,04 \times p(V)$... Tableau à construire selon $p(V)$ donnée. Parmi vaccinés : $p(G) = 4\%$; parmi non-vaccinés : $p(G) > 10\%$. Le vaccin est efficace car il réduit $p(G)$.

Correction 11 – Consoles [Énoncé]

$p(\text{Gare}) = \frac{74}{127} \approx 0,583$. Non : $\frac{53}{127} \neq 0,5 \rightarrow$ Bill a tort.

Correction 12 – Baccalauréat [Énoncé]

380 terminales dont 209 filles et 171 garçons. 323 bacheliers dont ≈ 209 filles. $p(R) = 0,85$, $p(G) = \frac{171}{380} \approx 0,45$. Parmi bacheliers : $p(\text{fille}) \approx 0,64$.

Correction 13 – Pièce – expériences [Énoncé]

a) $\{P; F\}$, équiprobable, $p = \frac{1}{2}$. b) $\{PP; PF; FP; FF\}$, 4 issues équiprobables $p = \frac{1}{4}$. c) $\{2P; 1P1F; 2F\}$, non équiprobable : $p(2P) = p(2F) = \frac{1}{4}$, $p(1P1F) = \frac{1}{2}$.

Correction 14 – Q.C.M. [Énoncé]

a) Contraire de « au moins 2 justes » = « strictement moins de 2 justes » = « 0 ou 1 juste ». b) \bar{B} = « l'élève n'a pas 5 bonnes réponses » = « il a au plus 4 bonnes réponses ».

Correction 15 – Sondage [Énoncé]

$3 \times 3 = 9$ façons de répondre. Arbre : 3 branches au 1er niveau, 3 branches à chaque nœud du 2e.

Correction 16 – Jetons avec remise [Énoncé]

$p(JJ) = \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$. $p(\text{aucun jaune}) = \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$. $p(\geq 1J) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Correction 17 – Dé pipé [Énoncé]

$p(6) = 1 - 0,9 = 0,1$. $p(\text{pair}) = 0,1 + 0,2 + 0,1 = 0,4$. $p(\geq 5) = 0,3 + 0,1 = 0,4$.

Correction 18 – THÉO [Énoncé]

$4!$ = 24 arrangements. $p(\text{correct}) = \frac{1}{24}$. $p(\text{commence par T}) = \frac{3!}{4!} = \frac{1}{4}$. S'il sait T en 1er : $3! = 6$; $p = \frac{1}{6}$.

Correction 19 – Délégués [Énoncé]

$13 \times 16 = 208$ couples possibles. $p(\text{Fatima et Tom}) = \frac{1}{208}$.

Correction 20 – Dés – soustraction [Énoncé]

Résultats possibles : 0,1,2,3,4,5. Non équiprobable : $p(0) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$, $p(1) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Correction 21 – Vrai ou faux [Énoncé]

a) **Faux** : vrai seulement si incompatibles. b) **Vrai** : $A \cap B \subseteq A$ et $A \cap B \subseteq B$. c) **Vrai** : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) \leq 1$. d) **Faux** :

$$p(\overline{A \cup B}) = p(\overline{A} \cap \overline{B}) \neq p(\overline{A}) + p(\overline{B}).$$

Correction 22 – Consoles [Énoncé]

a) Oui : incompatibles (on ne peut acheter les deux). b) $\frac{53+74}{127} = \frac{127}{127} = 1$ c) Les fréquences de vente ne sont pas $\frac{1}{2}$. La probabilité reflète les fréquences observées.

Correction 23 – 5 lancers [Énoncé]

Univers : 32 suites de P/F. $2^5 = 32$ issues équiprobables. $p(\text{score} = 5) = p(5 \text{ Piles}) = \frac{1}{32}$. $p(\text{score} = 0) = p(5 \text{ Faces}) =$

$$\frac{1}{32}.$$

Correction 24 – Calculs [Énoncé]

a) $p(A \cup B) = 0,5 + 0,8 - 0,4 = 0,9$. b) $p(\overline{A \cap B}) = 1 - p(A \cap B) = 1 - 0,3 = 0,7$. Rappel : $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$.

Correction 25 – Ski – matériel [Énoncé]

Matériel total = $250 \times 0,56 = 140$ (si 44 % louent). W avec matériel = 25; Q avec matériel = 50. $p(W|\text{matériel}) = \frac{25}{140} = \frac{5}{28}$. $p(Q|\text{matériel}) = \frac{50}{140} = \frac{5}{14}$.