

## Planche 1 – Variations d'une fonction

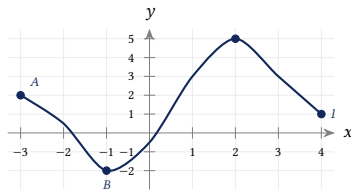
Seconde • Chapitre 14 • 25 exercices

Cliquer sur [\[Correction\]](#) pour accéder directement au corrigé.

### I Lire et décrire une courbe

#### Exercice 1 – Sens de variation et tableau [\[Correction\]](#)

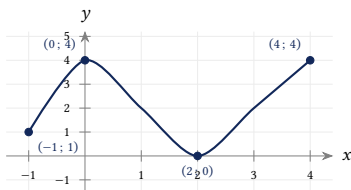
On donne la courbe d'une fonction  $f$  définie sur  $[-3; 4]$ .



- 1) Lire les coordonnées de A, B, C, D.
- 2) Donner les intervalles de croissance et de décroissance.
- 3) Dresser le tableau de variations de  $f$ .
- 4) Déterminer le maximum et le minimum absolus.

#### Exercice 2 – Extremums sur une courbe [\[Correction\]](#)

On donne la courbe d'une fonction  $g$  définie sur  $[-1; 4]$ .



- 1)  $g$  admet-elle un maximum absolu? un minimum absolu?

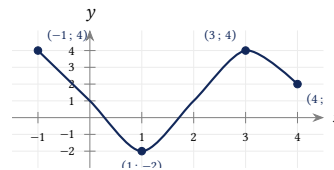
2) Y a-t-il des extremums relatifs? Lesquels?

3) Dresser le tableau de variations de  $g$ .

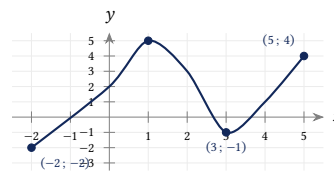
#### Exercice 3 – Deux courbes – relatif ou absolu? [\[Correction\]](#)

Pour chaque courbe, déterminer les extremums absolus et relatifs, puis dresser le tableau de variations.

**Courbe (a)** –  $f$  sur  $[-1; 4]$  :



**Courbe (b)** –  $h$  sur  $[-2; 5]$  :



### II Lire un tableau de variations

#### Exercice 4 – Tableau à quatre intervalles [\[Correction\]](#)

$x$	-4	-1	1	3	3,5
$f(x)$	-4	-2	-5	0	-1

- 1) Quel est l'ensemble de définition de  $f$ ?
- 2) Donner les intervalles de croissance et de décroissance.
- 3) Préciser le maximum absolu et le minimum absolu.
- 4) Y a-t-il des extremums relatifs? Lesquels?
- 5) Peut-on affirmer que  $f(-2) < f(0)$ ? Justifier.

#### Exercice 5 – Tableau sur $[-5; 6]$ [\[Correction\]](#)

$x$	-5	-2	1	6
$f(x)$	3	-4	5	1

- 1) Donner le maximum absolu et la valeur de  $x$  où il est atteint.
- 2) Donner le minimum absolu et la valeur de  $x$  où il est atteint.
- 3)  $f$  admet-elle des extremums relatifs? Lesquels?
- 4) Comparer  $f(-3)$  et  $f(0)$  en justifiant.

**Exercice 6** – Cinq tableaux – relatif ou absolu? [Correction]

Pour chaque tableau, identifier tous les extremums absolus et relatifs.

a)

$x$	$-\infty$	$0$	$9$
$f(x)$		$+8$	

b)

$x$	$-\infty$	$-3$	$5$	$+\infty$
$g(x)$		$-10$	$8$	

c)

$x$	$-\infty$	$-2$	$7$	$+10$
$h(x)$		$0$	$-30$	$7$

d)

$x$	$-\infty$	$15$	$+\infty$
$m(x)$		$25$	

e)

$x$	$1$	$+\infty$
$p(x)$	$-5$	

**Exercice 7** – Vrai ou faux? [Correction]

On considère  $f$  dont le tableau de variations est :

$x$	$-\infty$	$-1$	$4$	$+\infty$
$f(x)$		$-3$	$7$	

Vrai ou faux? Justifier.

- $f$  admet un maximum absolu égal à 7.
- $-3$  est le minimum absolu de  $f$ .
- $f$  admet un minimum relatif en  $x = -1$ .
- $7$  est un maximum relatif de  $f$ .
- Pour tout  $x \in [-1; 4]$ ,  $f(x) \geq -3$ .

**Exercice 8** – Tableau sur  $[-3; 7]$  [Correction]

$x$	$-3$	$0$	$4$	$7$
$f(x)$	$-1$	$6$	$2$	$5$

- Donner le maximum absolu et le minimum absolu.
- Y a-t-il des extremums relatifs?
- Encadrer  $f(2)$  en utilisant les variations.
- Comparer  $f(5)$  et  $f(6)$ .

**III Dresser et construire un tableau**

**Exercice 9** – Dresser un tableau – données [Correction]

$f$  définie sur  $[-1; 5]$  :  $f(-1) = f(5) = 0$ ,  $f(2) = 3$ ,  $f(4) = -2$ .  $f$  croissante sur  $[-1; 2]$  et  $[4; 5]$ , décroissante sur  $[2; 4]$ .

- Dresser le tableau de variations de  $f$ .
- Tracer deux courbes différentes possibles.
- Préciser les extremums et les valeurs où ils sont atteints.

**Exercice 10** – Dresser un tableau – données [Correction]

$g$  définie sur  $[-3; 8]$  :  $g(-3) = 2$ ,  $g(8) = 6$ . Max. absolu de 9 en  $x = 5$ , min. absolu de  $-2$  en  $x = 1$ .  $g$  décroissante sur  $[-3; 1]$ , croissante sur  $[1; 5]$ , décroissante sur  $[5; 8]$ .

- Dresser le tableau de variations de  $g$ .
- Tracer une courbe possible de  $g$ .

**Exercice 11** – Compléter un tableau [Correction]

$f$  définie sur  $[-4; 7]$  : max. absolu de 6 en  $x = 3$ ; min. absolu de  $-3$  en  $x = -4$ ; min. relatif de 1 en  $x = 7$ ; croissante sur  $[-4; 3]$ , décroissante sur  $[3; 7]$ .

$x$	$-4$	$3$	$7$
$f(x)$			

**Exercice 12** – Tableau lacunaire [Correction]

$f$  définie sur  $[-2; 6]$  : max. absolu 5 en  $x = 2$ ; min. absolu  $-3$  en  $x = 6$ ;  $f(-2) = 1$ ;  $f(0) = -1$ ;  $f$  d'abord décroissante, puis croissante, puis décroissante.

$x$	-2	2	6
$f(x)$	1		

**Exercice 13** – Proposer un tableau – domaine semi-infini [ Correction ]

Proposer un tableau de variations et une courbe d'une fonction  $f$  définie sur  $] -\infty ; 6]$  tels que :

- $f$  croissante sur  $] -\infty ; -2]$ , décroissante sur  $[-2 ; 6]$  ;
- $f(-2) = -1$  et  $f(6) = -6$ .

**Exercice 14** – Proposer un tableau – domaine  $\mathbb{R}$  [ Correction ]

Proposer un tableau de variations et une courbe d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  telle que :

- décroissante sur  $] -\infty ; 5[ \cup ]9 ; +\infty[$  ; croissante sur  $]5 ; 9[$  ;
- elle coupe l'axe des abscisses en 4 et 11 ;
- elle atteint un maximum relatif en 9.

**Exercice 15** – Construire – trois intervalles [ Correction ]

Construire un tableau de variations d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  telle que :

- min. absolu de  $-5$  en  $x = 2$  ; max. relatif de  $3$  en  $x = -1$  ;
- croissante sur  $] -\infty ; -1]$ , décroissante sur  $[-1 ; 2]$ , croissante sur  $[2 ; +\infty[$ .

**Exercice 16** – Construire – quatre bornes [ Correction ]

Construire un tableau de variations de  $f$  définie sur  $[-3 ; 8]$  avec  $f(-3) = 2$ ,  $f(8) = 6$ , max. absolu  $9$  en  $x = 5$ , min. absolu  $-2$  en  $x = 1$ . Puis tracer une courbe possible.

**IV Comparer et encadrer****Exercice 17** – Comparer des images [ Correction ]

$f$  croissante sur  $[-3 ; 8]$  avec  $f(-3) = -5$  et  $f(8) = 10$ .

- a) Comparer  $f(0)$  et  $f(5)$ .
- b) Comparer  $f(-1)$  et  $f(-3)$ .
- c) Encadrer  $f(3)$  en utilisant les valeurs aux bornes.

**Exercice 18** – Encadrement [ Correction ]

$f$  décroissante sur  $[0 ; 10]$  avec  $f(0) = 15$  et  $f(10) = 3$ .

- a) Peut-on avoir  $f(5) = 20$  ? Justifier.
- b) Peut-on avoir  $f(5) = 1$  ? Justifier.
- c) Encadrer  $f(5)$  puis  $f(4)$ .
- d) Comparer  $f(4)$  et  $f(6)$ .

**Exercice 19** – Comparer sans calculer [ Correction ]

$f$  croissante sur  $[1 ; 10]$ , décroissante sur  $[10 ; 20]$ , avec  $f(1) = 2$ ,  $f(10) = 8$ ,  $f(20) = 3$ .

- a) Comparer  $f(3)$  et  $f(7)$ .
- b) Comparer  $f(12)$  et  $f(18)$ .
- c) Encadrer  $f(5)$  et  $f(15)$ .

**V Calculatrice et problèmes****Exercice 20** – Tracer et décrire [ Correction ]

Tracer à la calculatrice puis dresser le tableau de variations le plus précis possible.

- 1)  $f(x) = 4x^3 - 5x + 2,5$  sur  $[-2 ; 2]$
- 2)  $g(x) = \frac{3x - 6}{x + 2}$  sur  $[-6 ; 6]$

**Exercice 21** – Température au cours d'une journée [ Correction ]

$T$  (en °C) en fonction de  $t$  (heures,  $0 \leq t \leq 24$ ) :  $T(0) = 8$ ,  $T(6) = 5$ ,  $T(14) = 23$ ,  $T(24) = 9$ .  $T$  décroissante sur  $[0 ; 6]$ , croissante sur  $[6 ; 14]$ , décroissante sur  $[14 ; 24]$ .

- 1) Dresser le tableau de variations de  $T$ .
- 2) Donner le minimum et le maximum absolus avec l'heure correspondante.

- 3)  $T$  admet-elle des extremums relatifs ? Justifier.
- 4) Comparer  $T(4)$  et  $T(10)$  sans calculer.

**Exercice 22** – Bénéfice d'une entreprise [ Correction ]

$B$  (en k€) en fonction de  $n$  articles ( $0 \leq n \leq 200$ ) :  $B(0) = -5$ ,  $B(80) = 12$ ,  $B(200) = -3$ .  $B$  croissante sur  $[0 ; 80]$ , décroissante sur  $[80 ; 200]$ .

- 1) Dresser le tableau de variations de  $B$ .
- 2) Quel est le bénéfice maximum ? Pour combien d'articles ?
- 3) À partir de quel nombre d'articles l'entreprise est-elle bénéficiaire ?

**Exercice 23** – Altitude et température [ Correction ]

$T(a) = 20 - 0,0065a$  pour  $a \in [0 ; 4000]$  (en m).

- 1)  $T$  est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.
- 2) Calculer  $T(0)$ ,  $T(2000)$ ,  $T(4000)$ .
- 3) Pour quelle altitude  $T(a) = 0$  ?
- 4) Dresser le tableau de variations de  $T$ .

**Exercice 24** – Tarifs téléphoniques [ Correction ]

$A(x) = 0,05x + 10$  et  $B(x) = 20$  ( $x =$  minutes).

- 1) Calculer  $A(100)$ ,  $A(300)$ ,  $B(100)$ ,  $B(300)$ .
- 2) Pour quelle valeur de  $x$  les forfaits sont-ils équivalents ?
- 3) Au-delà, quel forfait est plus avantageux ?
- 4) Dresser les tableaux de variations de  $A$  et  $B$  sur  $[0 ; 500]$ .

**Exercice 25** – Population [ Correction ]

$P(t) = 12000 - 300t$  habitants,  $t \geq 0$  (années depuis 2020).

- 1)  $P$  est-elle croissante ou décroissante ? Que représente  $-300$  ?
- 2) Calculer  $P(0)$  et  $P(5)$ .
- 3) À partir de quelle année  $P(t) < 10000$  ?
- 4) Quand la ville sera-t-elle désertée ?

**Méthode – Dresser un tableau de variations**

Un tableau de variations comporte deux lignes.

- Aux **extrémités** de la 1<sup>re</sup> ligne : les **bornes** du domaine de définition. Entre les bornes, on place d'éventuelles valeurs particulières.
- Le **sens de variation** est indiqué par des **flèches** : ↗ pour croissante et ↘ pour décroissante.
- Les valeurs où la fonction **n'est pas définie** sont signalées par une **double barre verticale**.
- On indique **au bout des flèches** les images des valeurs de la 1<sup>re</sup> ligne.

**CORRIGÉ — PLANCHE 1**

Seconde • Chapitre 14 • 25 exercices

**Correction 1** — Sens de variation et tableau [Énoncé]

- $A(-3; 2), B(-1; -2), C(2; 5), D(4; 1)$ .
- Décroissante sur  $[-3; -1]$ ; croissante sur  $[-1; 2]$ ; décroissante sur  $[2; 4]$ .

$x$	-3	-1	2	4
$f$	2	-2	5	1

- 
- 
- 
- Max. absolu = 5 en  $x = 2$ . Min. absolu = -2 en  $x = -1$ .

**Correction 2** — Extremums sur une courbe [Énoncé]

- Max. absolu = 4, atteint en  $x = 0$  et  $x = 4$ . Min. absolu = 0 en  $x = 2$ .
- Pas d'extremum relatif isolé.

$x$	-1	0	2	4
$g$	1	4	0	4

- 

**Correction 3** — Deux courbes [Énoncé]

$x$	-1	1	3	4
$f$	4	-2	4	2

- $f$  sur  $[-1; 4]$ :  
Max. absolu = 4 en  $x = -1$  et  $x = 3$ . Min. absolu = -2 en

$x = 1$ .

$x$	-2	1	3	5
$h$	-2	5	-1	4

- $h$  sur  $[-2; 5]$ :  
Max. absolu = 5 en  $x = 1$ . Min. absolu = -2 en  $x = -2$ . Min. relatif = -1 en  $x = 3$ .

**Correction 4** — Tableau à quatre intervalles [Énoncé]

- $D_f = [-4; 3,5]$ .
- Croissante sur  $[-4; -1]$  et  $[1; 3]$ ; décroissante sur  $[-1; 1]$  et  $[3; 3,5]$ .
- Max. absolu = 0 en  $x = 3$ . Min. absolu = -5 en  $x = 1$ .
- Max. relatif = -2 en  $x = -1$ . Min. relatif = -4 en  $x = -4$  (bord).
- 2 et 0 sont dans  $[-1; 1]$  (décroissance) :  $-2 < 0 \Rightarrow f(-2) > f(0)$ . Donc  $f(-2) > f(0)$  : l'affirmation  $f(-2) < f(0)$  est **fausse**.

**Correction 5** — Tableau sur  $[-5; 6]$  [Énoncé]

- Max. absolu = 5 en  $x = 1$ .
- Min. absolu = -4 en  $x = -2$ .
- Min. relatif = -4 en  $x = -2$ ; max. relatif = 3 en  $x = -5$  (bord); min. relatif = 1 en  $x = 6$  (bord).
- $-3 \in [-5; -2]$  :  $f$  décroissante  $\Rightarrow f(-3) > f(-2) = -4$ .  
 $0 \in [-2; 1]$  :  $f$  croissante  $\Rightarrow f(0) > f(-2)$ . Comparaison  $f(-3)$  vs  $f(0)$  impossible sans plus d'info.

**Correction 6** — Cinq tableaux [Énoncé]

- Min. relatif = +8 en  $x = 0$ . Pas d'extremum absolu.
- Min. relatif = -10 en  $x = -3$ ; max. relatif = 8 en  $x = 5$ . Pas d'extremum absolu.
- Sur  $] -\infty; 10]$  : max. relatif = 0 en  $x = -2$ ; min. absolu = -30 en  $x = 7$ ; max. absolu = 7 en  $x = 10$ .
- Max. absolu = 25 en  $x = 15$ . Pas de min. absolu.
- Min. absolu = -5 en  $x = 1$  (bord). Pas de max. absolu.

**Correction 7** — Vrai ou faux? [Énoncé]

- Faux**.  $f \rightarrow +\infty$  sur  $\mathbb{R}$  : pas de max. absolu.
- Faux**.  $f \rightarrow +\infty$  : -3 est un min. **relatif** seulement.
- Vrai**.  $f$  passe de décroissante à croissante en  $x = -1$ .
- Vrai**.  $f$  passe de croissante à décroissante en  $x = 4$ .
- Vrai**. Min. de  $f$  sur  $[-1; 4]$  vaut -3 (en  $x = -1$ ).

**Correction 8** — Tableau sur  $[-3; 7]$  [Énoncé]

- Max. absolu = 6 en  $x = 0$ . Min. absolu = -1 en  $x = -3$ .
- Min. relatif = 2 en  $x = 4$ ; max. relatif = 5 en  $x = 7$  (bord).
- $0 \leq 2 \leq 4$  et  $f$  décroissante :  $f(4) \leq f(2) \leq f(0)$ , soit  $2 \leq f(2) \leq 6$ .
- $4 \leq 5 \leq 6 \leq 7$  et  $f$  croissante sur  $[4; 7]$  :  $f(5) < f(6)$ .

**Correction 9** — Dresser un tableau [Énoncé]

$x$	-1	2	4	5
$f$	0	3	-2	0

Max. absolu = 3 en  $x = 2$ . Min. absolu = -2 en  $x = 4$ .

**Correction 10** — Dresser un tableau [Énoncé]

$x$	-3	1	5	8
$g$	2		9	6

↘ ↗ ↘

Max. absolu = 9 en  $x = 5$ . Min. absolu = -2 en  $x = 1$ .

**Correction 11 – Compléter un tableau [Énoncé]**

$x$	-4	3	7
$f$	-3	6	1

↗ ↘

**Correction 12 – Tableau lacunaire [Énoncé]**

Min. local entre phases 1 et 2 en  $x = 0$  ( $f(0) = -1$ ) :

$x$	-2	0	2	6
$f$	1	-1	5	-3

↘ ↗ ↘

**Correction 13 – Proposer – domaine semi-infini [Énoncé]**

$x$	$-\infty$	-2	6
$f$		-1	-6

↗ ↘

Max. relatif = -1 en  $x = -2$ . Min. absolu = -6 en  $x = 6$ .

**Correction 14 – Proposer – domaine  $\mathbb{R}$  [Énoncé]**

$x$	$-\infty$	5	9	$+\infty$
$f$		$m$	$M$	

↘ ↗ ↘

$f(4) =$

0,  $f(11) = 0$ . Max. relatif  $M$  en  $x = 9$ , min. relatif  $m$  en  $x = 5$ .  
Pas d'extremum absolu.

**Correction 15 – Construire – trois intervalles [Énoncé]**

$x$	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f$		3	-5	

↗ ↘ ↗

Min. absolu = -5 en  $x = 2$ . Max. relatif = 3 en  $x = -1$ .

**Correction 16 – Construire – quatre bornes [Énoncé]**

$x$	-3	1	5	8
$f$	2		9	6

↘ ↗ ↘

Max. absolu = 9 en  $x = 5$ . Min. absolu = -2 en  $x = 1$ .

**Correction 17 – Comparer des images [Énoncé]**

- a)  $0 < 5$  et  $f$  croissante :  $f(0) < f(5)$ .
- b)  $-3 < -1$  et  $f$  croissante :  $f(-3) < f(-1)$ .
- c)  $-3 < 3 < 8$  et  $f$  croissante :  $-5 < f(3) < 10$ .

**Correction 18 – Encadrement [Énoncé]**

- a) Non.  $f$  décroissante,  $f(5) < f(0) = 15$ . Or  $20 > 15$  : impossible.
- b) Non.  $f(5) > f(10) = 3$ . Or  $1 < 3$  : impossible.
- c)  $3 < f(5) < 15$ ;  $3 < f(4) < 15$  et  $f(4) > f(5)$  donc  $f(4) \in ]f(5); 15[$ .
- d)  $f$  décroissante :  $f(4) > f(5) > f(6)$ , donc  $f(4) > f(6)$ .

**Correction 19 – Comparer sans calculer [Énoncé]**

- a)  $3 < 7$  et  $f$  croissante sur  $[1; 10]$  :  $f(3) < f(7)$ .
- b)  $12 < 18$  et  $f$  décroissante sur  $[10; 20]$  :  $f(12) > f(18)$ .
- c)  $1 < 5 < 10$  et  $f$  croissante :  $2 < f(5) < 8$ .  $10 < 15 < 20$  et

$f$  décroissante :  $3 < f(15) < 8$ .

**Correction 20 – Tracer et décrire [Énoncé]**

- 1)  $f(x) = 4x^3 - 5x + 2,5$  : extremums locaux en  $x \approx \pm 0,65$ .

$x$	$-\infty$	-0,65	0,65	$+\infty$
$f$		$\approx 4,1$	$\approx 0,9$	

↗ ↘ ↗

- 2)  $g(x) = \frac{3x-6}{x+2}$  : décroissante sur  $] - \infty; -2[$  et  $] - 2; +\infty[$ , asymptotes  $x = -2$  et  $y = 3$ .

$x$	$-\infty$	-2	$+\infty$
$g$	$3^-$		$3^+$

↘ ↗

**Correction 21 – Température [Énoncé]**

$t$	0	6	14	24
$T$	8	5	23	9

↘ ↗ ↘

- 1)
- 2) Min. absolu =  $5^\circ\text{C}$  à  $t = 6$  h. Max. absolu =  $23^\circ\text{C}$  à  $t = 14$  h.
- 3) Min. relatif en  $t = 6$ , max. relatif en  $t = 14$ .
- 4) Décroissante sur  $[0; 6]$  :  $T(4) < T(0) = 8$ . Croissante sur  $[6; 14]$  :  $T(10) > T(6) = 5$ . Pas de comparaison directe possible.

**Correction 22 – Bénéfice [Énoncé]**

$n$	0	80	200
$B$		12	-3

↗ ↘

- 1)

- 2) Max. = 12 k€ pour  $n = 80$  articles.  
 3)  $B(0) = -5 < 0$  et  $B(80) = 12 > 0$  et  $B$  croissante :  
 $\exists n^* \in ]0; 80[$  tel que  $B(n^*) = 0$ .

### Correction 23 – Altitude et température [Énoncé]

- 1)  $a = -0,0065 < 0$  :  $T$  **décroissante**. La température baisse avec l'altitude.  
 2)  $T(0) = 20^\circ\text{C}$ ;  $T(2000) = 7^\circ\text{C}$ ;  $T(4000) = -6^\circ\text{C}$ .  
 3)  $T(a) = 0 \Leftrightarrow a = 20/0,0065 \approx 3077$  m.

$a$	0	4000
$T$	20	-6

4)

### Correction 24 – Tarifs téléphoniques [Énoncé]

- 1)  $A(100) = 15\text{€}$ ,  $A(300) = 25\text{€}$ ,  $B(100) = B(300) = 20\text{€}$ .  
 2)  $0,05x + 10 = 20 \Rightarrow x = 200$  min.

- 3) Au-delà de 200 min, forfait **B** plus avantageux.  
 4)  $A$  croissante ( $a = 0,05 > 0$ ) de 10€ à 35€;  $B$  constante à 20€.

### Correction 25 – Population [Énoncé]

- 1)  $a = -300 < 0$  :  $P$  **décroissante**. La population diminue de 300 hab/an.  
 2)  $P(0) = 12000$  hab.;  $P(5) = 10500$  hab.  
 3)  $P(t) < 10000 \Leftrightarrow t > 20/3 \approx 6,7$  : à partir de  $t = 7$ , soit en **2027**.  
 4)  $P(t) = 0 \Leftrightarrow t = 40$  : désertée en **2060**.