

Devoir Surveillé Blanc n°2 – Chapitre 14

Seconde • Fonctions de référence • Inéquations • Problème

Durée : 55 min • Calculatrice **non** autorisée • Barème : /20

Consignes : Toutes les réponses doivent être **justifiées**. [Correction] accède directement au corrigé.

Exercice 1 – Comparer sans calculatrice (4 pts) [Correction]

Comparer les expressions suivantes en citant la propriété de variation utilisée.

- | | |
|---|-----------------------------------|
| a) 7^2 et 9^2 | d) $(-3)^3$ et 2^3 |
| b) $\sqrt{11}$ et $\sqrt{15}$ | e) $(-5)^2$ et $(-8)^2$ |
| c) $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{7}$ ($x > 0$) | f) $\sqrt{0,09}$ et $\sqrt{0,25}$ |

Exercice 2 – Fonction carré sur un intervalle (4 pts) [Correction]

On considère $f(x) = x^2$ sur $[-3; 2]$.

- a) Dresser le tableau de variations de f sur $[-3; 2]$.
- b) Donner le maximum et le minimum.
- c) Résoudre $x^2 \leq 4$ sur $[-3; 2]$.
- d) Encadrer $\sqrt{7}$ entre deux entiers. Justifier.

Exercice 3 – Résoudre par les variations (4 pts) [Correction]

- a) Résoudre $x^2 \geq 25$ sur \mathbb{R} .
- b) Résoudre $x^3 \leq 8$ sur \mathbb{R} .
- c) Résoudre $\sqrt{x} \geq 3$ sur $[0; +\infty[$.
- d) Résoudre $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{4}$ sur $]0; +\infty[$.

Exercice 4 – Démonstration – variations de $\frac{1}{x}$ (4 pts) [Correction]

But : montrer que $g(x) = \frac{1}{x}$ est décroissante sur $]0; +\infty[$.

Soient $0 < a < b$.

- a) Montrer que $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$.
- b) Quel est le signe de $b - a$? de ab ?
- c) En déduire le signe de $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$.
- d) Conclure que g est décroissante sur $]0; +\infty[$.

Exercice 5 – Problème – Énergie cinétique d'un véhicule (4 pts) [Correction]

Dans le cadre d'un cours de physique, on modélise l'énergie cinétique d'un véhicule de masse $m = 4$ kg à la vitesse v m/s par : $E(v) = \frac{1}{2}mv^2 = 2v^2$ (joules), $v \geq 0$.

- Calculer $E(3)$, $E(5)$, $E(10)$.
- Montrer que E est croissante sur $[0; +\infty[$. Interpréter concrètement.
- Comparer $E(4)$ et $E(7)$ sans calculer. Quelle conclusion pratique peut-on en tirer ?
- Résoudre $E(v) \geq 50$: donner la vitesse minimale pour que l'énergie dépasse 50 joules.
- Si on triple la vitesse, par quel facteur l'énergie cinétique est-elle multipliée ? Montrer le calcul. Interpréter.

Barème : Ex. 1 : 4 pts Ex. 2 : 4 pts Ex. 3 : 4 pts Ex. 4 : 4 pts Ex. 5 : 4 pts **Total :** /20

CORRIGÉ – DS BLANC N°2 – CHAPITRE 14

Seconde • Fonctions de référence [Énoncé] revient à l'exercice

Correction 1 – Comparer sans calculatrice (4 pts) [Énoncé]

- a) $7 < 9$, x^2 crois. sur $[0; +\infty[$: $49 < 81$.
 b) $11 < 15$, \sqrt{x} crois. : $\sqrt{11} < \sqrt{15}$.
 c) $4 < 7$, $1/x$ déc. : $1/4 > 1/7$.
 d) $-3 < 2$, x^3 crois. : $-27 < 8$.
 e) $5 < 8$, x^2 crois. : $25 < 64$.
 f) $0,09 < 0,25$, \sqrt{x} crois. : $0,3 < 0,5$.

Correction 2 – Fonction carré sur $[-3; 2]$ (4 pts) [Énoncé]

a)

x	-3	0	2
x^2	9	0	4

- b) Max. = 9 en $x = -3$; min. = 0 en $x = 0$.
 c) Sur $[-3; 0]$ déc. : $x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \geq 2$, soit $x \leq -2$. Sur $[0; 2]$ crois. : $x^2 \leq 4$ toujours vrai. Sol. : $[-3; -2] \cup [0; 2]$.
 d) $4 < 7 < 9$ et \sqrt{x} crois. : $2 < \sqrt{7} < 3$.

Correction 3 – Résoudre par les variations (4 pts) [Énoncé]

- a) $|x| \geq 5$: $]-\infty; -5] \cup [5; +\infty[$.
 b) $x \leq 2$: $]-\infty; 2]$.
 c) $x \geq 9$: $[9; +\infty[$.
 d) $x \geq 4$: $[4; +\infty[$.

Correction 4 – Démonstration (4 pts) [Énoncé]

- a) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$. CQFD
 b) $b > a$: $b - a > 0$. $a, b > 0$: $ab > 0$.
 c) $\frac{b-a}{ab} > 0$, donc $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
 d) $a < b \Rightarrow g(a) > g(b)$: g est décroissante. CQFD

Correction 5 – Problème – Énergie cinétique (4 pts) [Énoncé]

- a) $E(3) = 18$ J; $E(5) = 50$ J; $E(10) = 200$ J.

- b) $E(v) = 2v^2$, v^2 crois. sur $[0; +\infty[$: E **croissante**. Plus le véhicule roule vite, plus son énergie cinétique est grande.
CQFD
- c) $4 < 7$, E crois. : $E(4) < E(7)$. Un véhicule plus rapide possède plus d'énergie à dissiper lors d'un freinage.
- d) $2v^2 \geq 50 \Leftrightarrow v^2 \geq 25 = 5^2 \Leftrightarrow v \geq 5$ m/s.
- e) $E(3v) = 2(3v)^2 = 18v^2 = 9 \times 2v^2 = 9 E(v)$. Vitesse triplée : énergie multipliée par **9**. Cela explique pourquoi tripler la vitesse est beaucoup plus dangereux.