

Trigonométrie — Partie 1

Chapitre 8 — 1^{re} Spé Maths

Table des matières

Positionnement dans la formation	1
Activités d'introduction	2
Cercle trigonométrique et radian	5
Enroulement de la droite réelle sur le cercle	6
Mesure principale d'un angle orienté	7
Bilan	8

PROGRAMME BO — 1^{re} Spé Maths

Contenus : Cercle trigonométrique : centre O , rayon 1, sens direct. Mesure d'un angle au centre en radians; $180^\circ = \pi$ rad. Enroulement de la droite réelle sur le cercle. Mesure principale d'un angle orienté dans $] -\pi; \pi]$.

Démonstrations : Périmètre du cercle unité = 2π . Conversion deg/rad par proportionnalité. Deux réels x et x' donnent le même point ssi $x' - x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$; on note $x' = x[2\pi]$. La mesure principale est l'unique mesure dans $] -\pi; \pi]$.

Capacités : Convertir un angle deg/rad. Placer un point sur le cercle à partir d'un réel. Lire le réel associé à un point. Déterminer la mesure principale d'un angle.

Tout le cours



Positionnement dans la formation

- Périmètre d'un cercle de rayon r : $P = 2\pi r$.
- Mesure d'un angle en degrés : un tour = 360° .
- Sens direct (anti-horaire) sur le cercle.
- Repère orthonormé direct $(O; I, J)$.
- Proportionnalité (règle de trois).
- Symétries axiales et centrales.

Cercle trigonométrique

Radian

Enroulement

Congruence modulo 2π

Mesure principale

Lien vers Ch. 11

Cercle de centre O , rayon 1, sens direct.

Unité telle que $180^\circ = \pi$ rad; conversion par proportionnalité.

À chaque réel x , on associe un unique point M du cercle.

$x' = x[2\pi] \Leftrightarrow x' = x + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Unique mesure dans $] -\pi; \pi]$.

Cosinus, sinus, équations, fonctions trigonométriques.

Activité 2 – Découvrir le cercle trigonométrique (la piste de course)

Objectif : découvrir le cercle trigonométrique en tenant compte des congruences. *Durée : 20 min.*

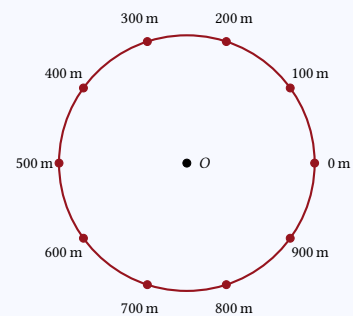
Un professeur d'EPS demande à ses élèves de courir le plus vite possible et de s'arrêter au coup de sifflet.

1. La piste est un cercle de périmètre 1 000 m. Distances parcourues :

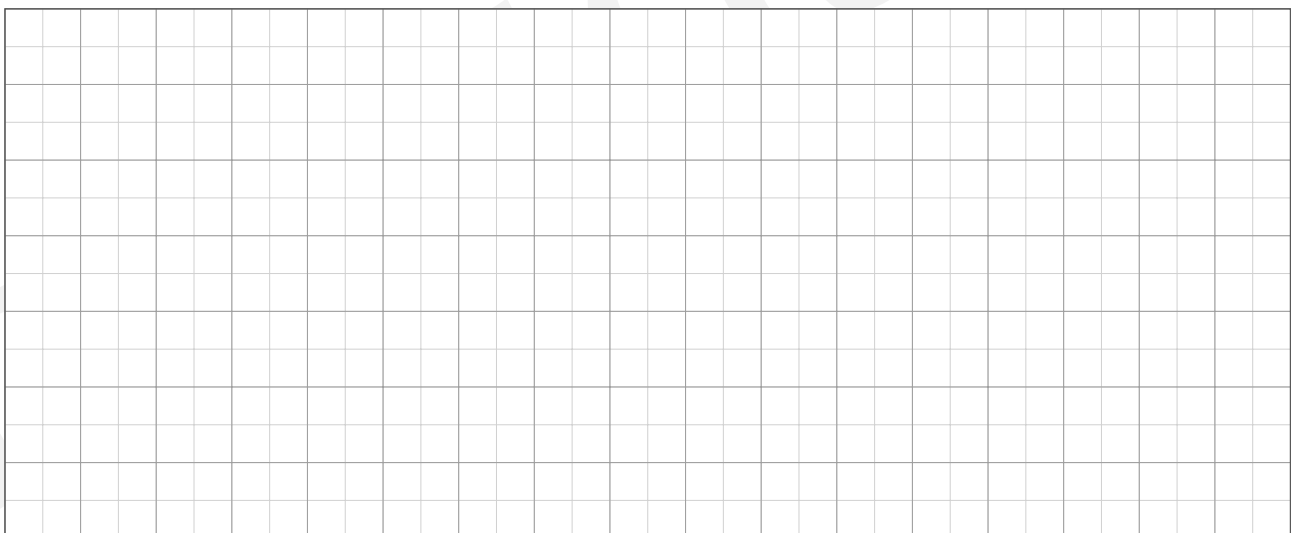
Élève	Aurélié	Benjamin	Capucine	Dorian	Éléonore	Fatima
Distance (m)	700	500	1 200	1 700	1 350	1 600

Élève	Grégoire	Hamid	Iris	Julie	Katell	Lili
Distance (m)	350	1 700	800	1 000	1 800	2 000

a) Recopier et compléter le schéma ci-contre en plaçant chaque élève par son initiale. **b)** Quels élèves se retrouvent à la même position sur la piste? Pourquoi? **c)** Même question avec une piste de périmètre 200 m. **d)** Donner un exemple de périmètre pour lequel tous les participants se retrouveraient au même endroit.



2. Cercle de rayon 1 km, autre classe. Arrondir à 0,1 km. **a)** Valeur exacte du périmètre. **b)** Cassandra a couru $\frac{1}{4}$ de piste, Terry $\frac{2}{3}$ de piste. Calculer leurs distances. **c)** Placer Nathan $\frac{\pi}{4}$, Kenza $\frac{2\pi}{3}$, Célia $\frac{7\pi}{6}$, William $\frac{9\pi}{2}$ (en km) sur le cercle.



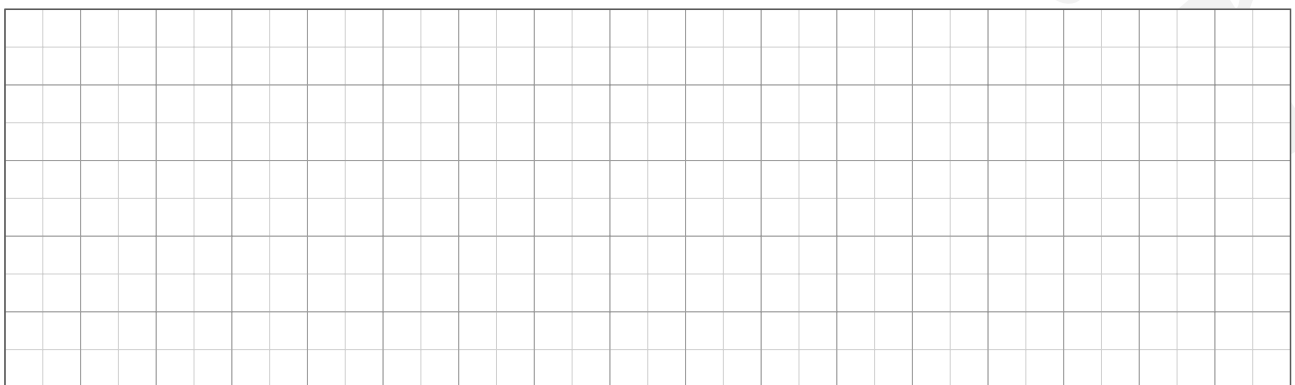
Activité 3 – Lire et placer un point sur le cercle trigonométrique

Objectif : lire et placer un point sur le cercle trigonométrique, comprendre la mesure principale. *Durée : 15 min.*

1. Lire un nombre associé à un point. On place un point A sur le cercle. Donner le nombre associé à A : **a)** dans l'intervalle $[0; 2\pi]$; **b)** dans l'intervalle $] - \pi; \pi]$.

2. Placer un point. Placer sur le cercle : **a)** le point A associé à $\frac{5\pi}{4}$; **b)** le point B associé à $\frac{9\pi}{4}$; **c)** le point C associé à $\frac{8\pi}{3}$; **d)** le point D associé à $-\frac{9\pi}{2}$.

3. Mesure principale. Une mesure d'un angle est $\frac{7\pi}{4}$. Donner la mesure principale (dans $] - \pi; \pi]$) de cet angle.



Bilan

- **Cercle trigonométrique** : centre O , rayon 1, sens direct.
- **Radian** : un tour = 2π rad ; $180^\circ = \pi$ rad ; $\theta_{\text{rad}} = \frac{\pi}{180} \theta_{\text{deg}}$.
- **Enroulement** : à chaque réel x , un unique point M du cercle.
- **Congruence** : $x' = x[2\pi] \Leftrightarrow x' - x \in 2\pi\mathbb{Z}$.
- **Mesure principale** : unique mesure dans $] -\pi; \pi]$.

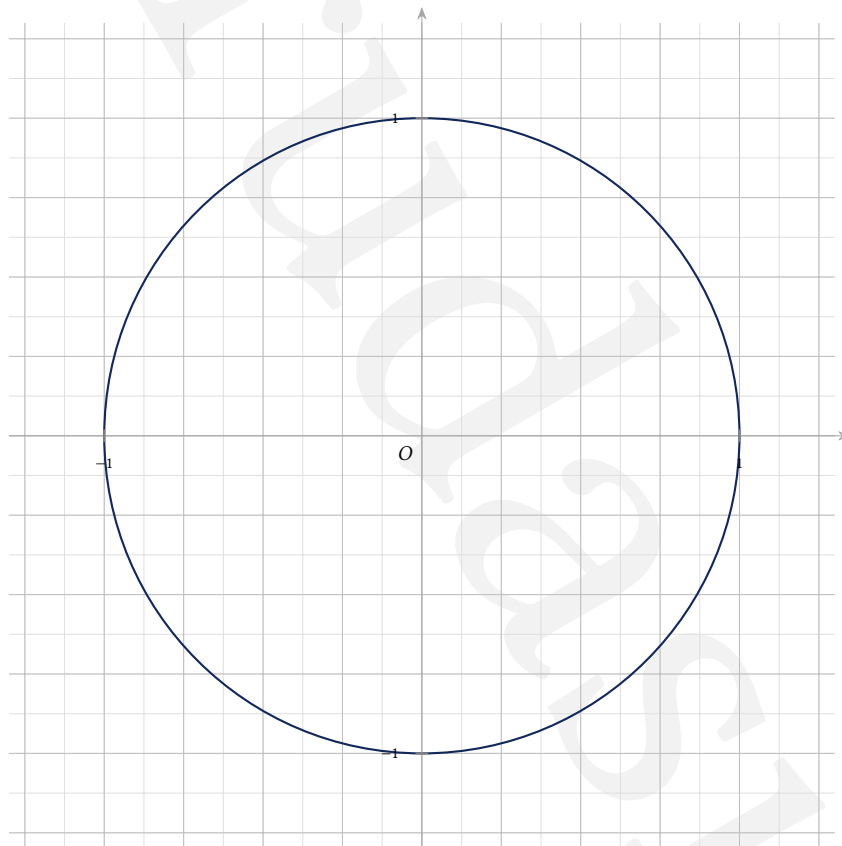
Au chapitre 11 nous définirons :

- Le **cosinus** et le **sinus** d'un nombre réel : $M(\cos x; \sin x)$.
- Les **valeurs remarquables** et leurs démonstrations géométriques.
- Les formules d'**angles associés** ($-x, \pi - x, \pi + x, \pi/2 - x$).
- Les **équations** $\cos x = a$, $\sin x = a$ et leurs solutions sur le cercle.
- Les **fonctions** \cos et \sin : périodicité, parité, courbes.

Le présent chapitre 8 fournit l'unité d'angle (radian) et le repérage (cercle, mesure principale) qui rendront tout cela possible.

Cercle trigonométrique Ch. 8 – à compléter

À toi de jouer : place les angles remarquables.



Carte mentale Ch. 8 – à compléter

À toi de jouer : recopie la carte mentale dans la grille.

