

Probabilités conditionnelles

Chapitre 5 — 1^{re} Spé Maths

Table des matières

Positionnement dans la formation	1
Probabilités conditionnelles	2
Arbres pondérés et probabilités totales	2
Indépendance de deux événements	5
Répétition d'expériences indépendantes	6
Synthèse graphique	8
Bilan	9

PROGRAMME BO — 1^{re} Spé Maths

Contenus : Probabilité conditionnelle $P_A(B)$. Formule $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (avec $P(A) > 0$). Arbre pondéré et formule des probabilités totales. Événements indépendants : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Démonstrations : Sur un arbre pondéré : la somme des poids partant d'un même nœud vaut 1. $P(A \cap B) =$ produit le long du chemin $A \rightarrow B$. Indépendance $\Leftrightarrow P_A(B) = P(B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Capacités : Calculer une probabilité conditionnelle. Construire un arbre pondéré. Appliquer la formule des probabilités totales. Tester l'indépendance.

Tout le cours

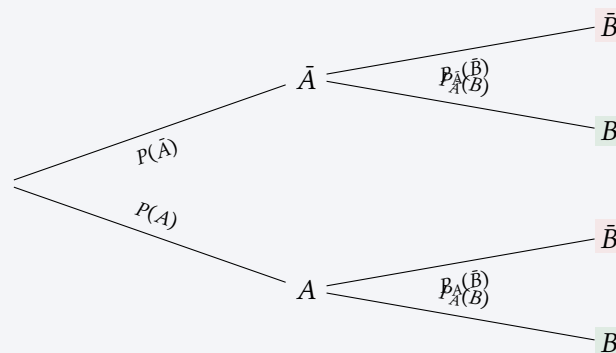


Positionnement dans la formation

- $P(A) \in [0; 1]$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- Tableaux d'effectifs et fréquences.
- Diagrammes en arbre.

Synthèse graphique – Hall of Fame

Notion	Formule	Quand l'utiliser
Probabilité conditionnelle	$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$	Calcul direct
Probabilités composées	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P_A(B)$	Multiplier le long d'un chemin
Probabilités totales	$P(B) = \sum_i P(A_i) \cdot P_{A_i}(B)$	Partition $\{A_i\}$
Indépendance	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$	Vérifier ou utiliser
Répétitions indép.	$P(A_1 \cap \dots \cap A_n) = \prod P(A_i)$	Lancers, tirages avec remise



4 chemins : $A \rightarrow B$, $A \rightarrow \bar{B}$, $\bar{A} \rightarrow B$, $\bar{A} \rightarrow \bar{B}$. $P(B) = P(A)P_A(B) + P(\bar{A})P_{\bar{A}}(B)$.

Bilan

- **Probabilité conditionnelle** : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (avec $P(A) \neq 0$).
- **Formule des probabilités composées** : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P_A(B)$.
- **Arbre pondéré** : poids partant d'un nœud somment à 1 ; produit le long d'un chemin = P d'intersection.
- **Probabilités totales** (partition $\{A, \bar{A}\}$) : $P(B) = P(A) \cdot P_A(B) + P(\bar{A}) \cdot P_{\bar{A}}(B)$.
- **Indépendance** : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, équivaut à $P_A(B) = P(B)$.
- **Répétition d'expériences indépendantes** : $P(A_1 \cap \dots \cap A_n) = \prod_{i=1}^n P(A_i)$.

Carte mentale – Chapitre 5 – Probabilités conditionnelles

Les 5 axes essentiels à maîtriser avant le DS.

