

## Second degré – Partie 2

Chapitre 3 – 1<sup>re</sup> Spé Maths

### Table des matières

Positionnement dans la formation .....	1
Activités d'introduction .....	2
Résolution d'une équation du second degré .....	4
Factorisation et signe du trinôme .....	6
Synthèse à retenir .....	9

#### PROGRAMME BO – 1<sup>re</sup> Spé Maths

**Contenus :** Discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Trois cas :  $\Delta < 0$  (pas de solution réelle),  $\Delta = 0$  (une racine double),  $\Delta > 0$  (deux racines distinctes). Factorisation  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$  si  $\Delta > 0$ . Signe d'un trinôme : du signe de  $a$  à l'extérieur des racines.

**Démonstrations :** Formules :  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ ,  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ . Somme  $S = -\frac{b}{a}$ , produit  $P = \frac{c}{a}$ .  
Inéquations : on résout en utilisant le tableau de signes.

**Capacités :** Calculer un discriminant et résoudre  $ax^2 + bx + c = 0$ . Factoriser un trinôme. Étudier le signe d'un trinôme. Résoudre une inéquation du second degré.

Tout le cours



### Positionnement dans la formation

- Trinôme  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ .
- Forme canonique  $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ .
- Sommet  $S(\alpha; \beta)$  et axe de symétrie  $x = \alpha$ .
- Identités remarquables :  $(a \pm b)^2$ ,  $(a + b)(a - b)$ .
- Équation produit nul.
- Tableau de signes d'un produit / quotient.

#### Discriminant

#### Racines

#### Factorisation

#### Somme-Produit

#### Signe du trinôme

#### Inéquations

$\Delta = b^2 - 4ac$ , le « juge » d'une équation du 2<sup>nd</sup> degré.

Solutions de  $ax^2 + bx + c = 0$  :  $x_1, x_2$  (selon le signe de  $\Delta$ ).

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$  si  $\Delta > 0$ ;  $a(x - x_0)^2$  si  $\Delta = 0$ ; impossible si  $\Delta < 0$ .

$S = -\frac{b}{a}$ ,  $P = \frac{c}{a}$  : utile pour deviner les racines.

Du signe de  $a$  à l'extérieur des racines, du signe de  $-a$  entre.

On lit le signe sur le tableau de signes.





## 1 Résolution d'une équation du second degré

Une **équation du second degré** est une équation de la forme :

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0.$$

On appelle **discriminant** du trinôme  $ax^2 + bx + c$  le nombre :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$



Définition – Équation du second degré, discriminant

Soit  $\Delta = b^2 - 4ac$  le discriminant de  $ax^2 + bx + c = 0$ .

– Si  $\Delta < 0$  : pas de solution réelle ( $\mathcal{S} = \emptyset$ ).

– Si  $\Delta = 0$  : une unique solution (« racine double ») :  $x_0 = -\frac{b}{2a}$ .

– Si  $\Delta > 0$  : deux solutions distinctes :  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ .



Théorème – Résolution selon le signe de  $\Delta$

### Démonstration (à connaître – Monka)

On utilise la forme canonique du Ch. 1 :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta \quad \text{avec } \alpha = -\frac{b}{2a}, \quad \beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}.$$

Donc  $ax^2 + bx + c = 0$  équivaut à  $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = 0$ , soit :

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}.$$

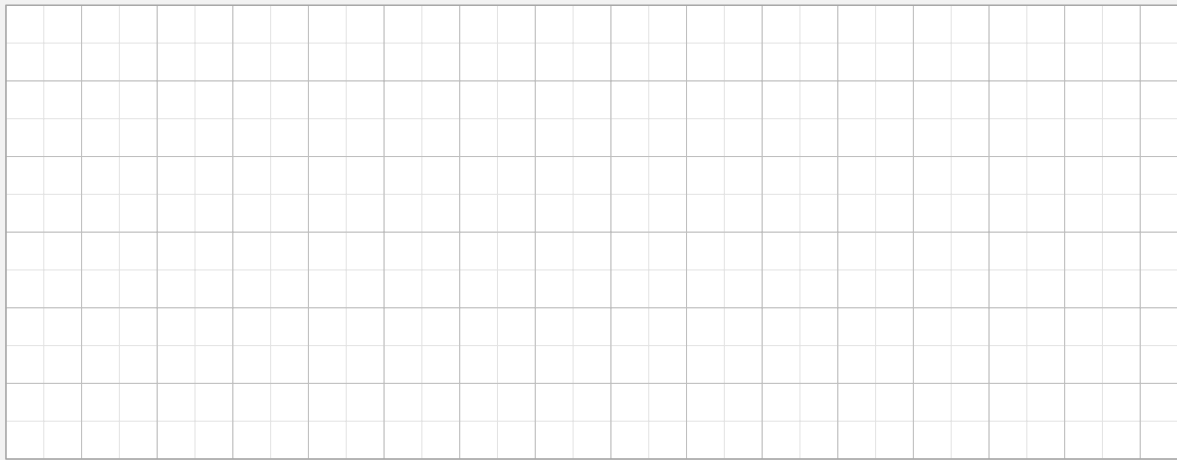
**Cas 1** :  $\Delta < 0$ . Le membre de gauche est positif (carré), le membre de droite est négatif. Pas de solution.

**Cas 2** :  $\Delta = 0$ . L'équation devient  $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$ , soit  $x = -\frac{b}{2a}$ .

**Cas 3** :  $\Delta > 0$ . On a  $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$ , soit  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ . ■

## Méthode – Résoudre une équation du second degré (Monka)

Résoudre : a)  $2x^2 - x - 6 = 0$  b)  $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$  c)  $x^2 + 3x + 10 = 0$ .



Pour une fonction  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , les solutions de  $ax^2 + bx + c = 0$  s'appellent les **racines** de  $f$ .

Une racine  $x_1$  vérifie  $f(x_1) = 0$ . Graphiquement : la courbe de  $f$  coupe l'axe des abscisses en  $x_1$ .



Définition – Racines

Si  $f(x) = ax^2 + bx + c$  admet deux racines  $x_1$  et  $x_2$ , alors :

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

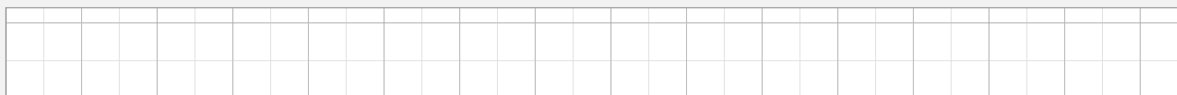


Propriété – Somme et produit des racines

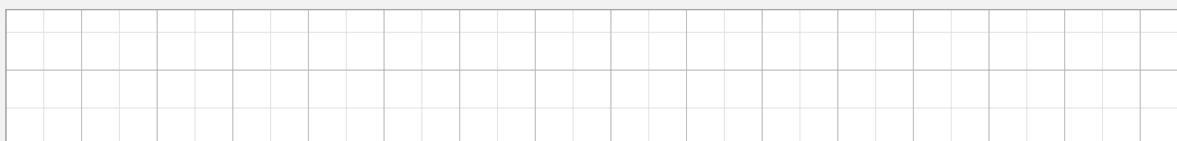
## Méthode – Utiliser somme et produit (Monka)

Soit  $f(x) = -2x^2 + x + 1$ .

1) Montrer que  $x_1 = 1$  est racine de  $f$ .



2) Déterminer la deuxième racine.

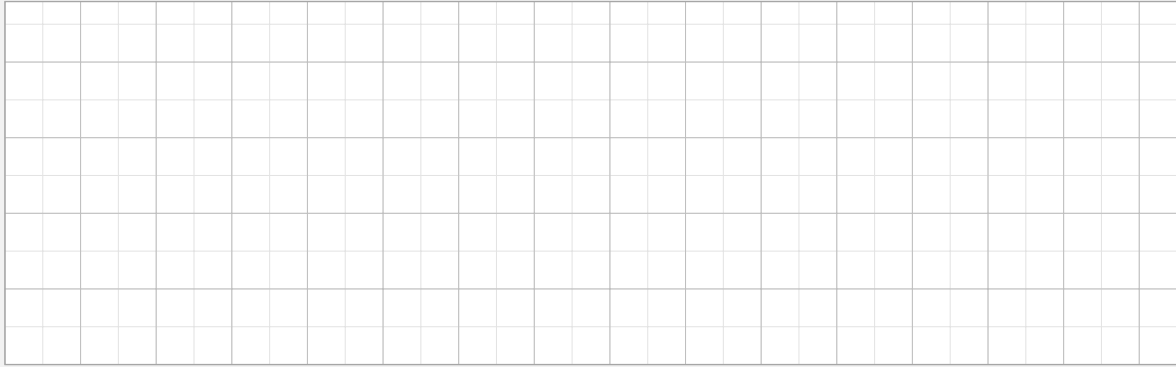






**Méthode – Position de 2 courbes**

Étudier la position relative de  $\mathcal{C}_f (f(x) = x^2 - 4x + 5)$  et  $\mathcal{C}_g (g(x) = 2x - 3)$ .



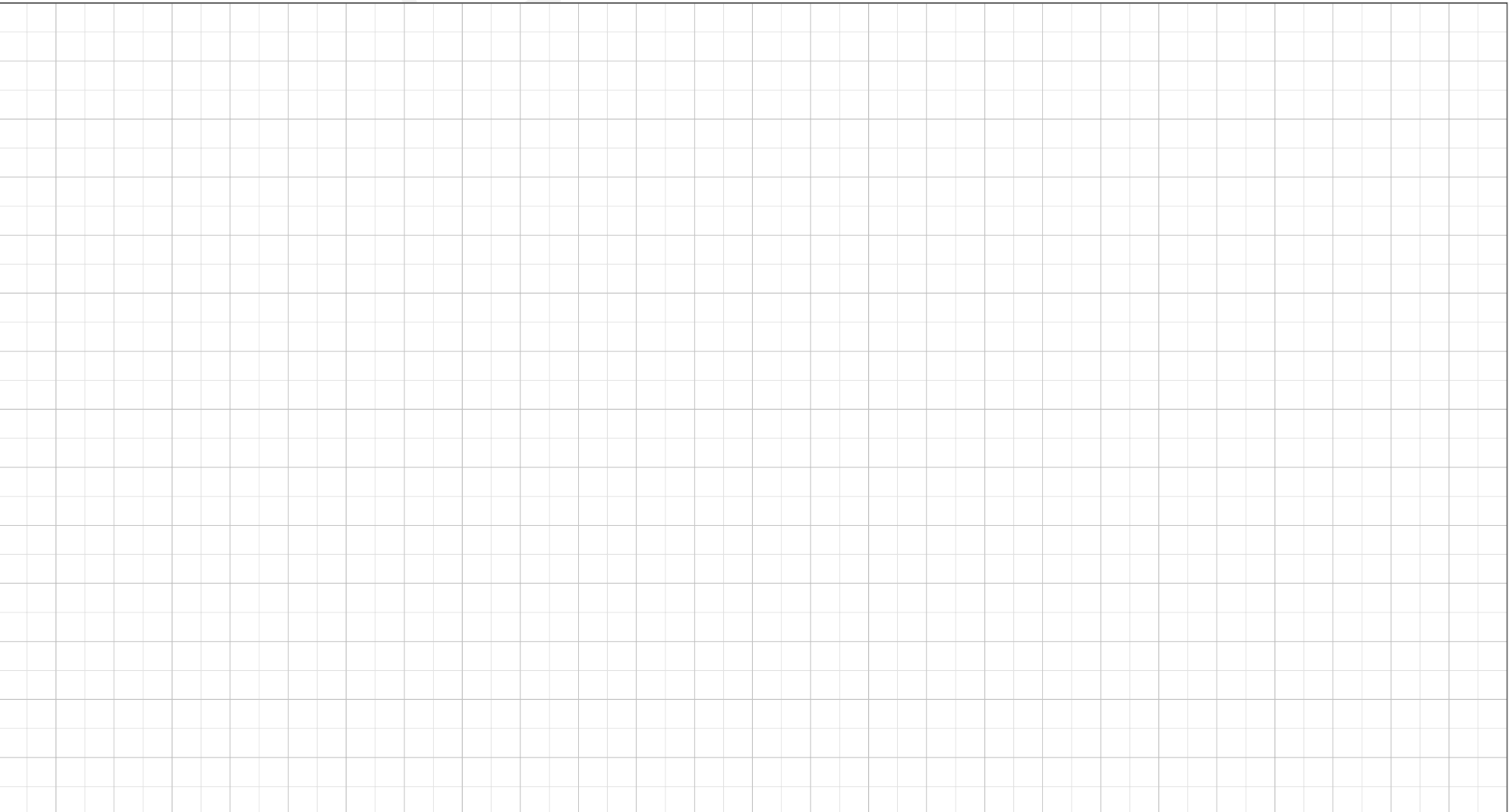
## Synthèse à retenir

**1. Discriminant** $\Delta = b^2 - 4ac$ ; signe = nombre de racines.**2. Racines** $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ ,  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  si  $\Delta > 0$ .**3. Somme-Produit** $S = -\frac{b}{a}$ ,  $P = \frac{c}{a}$ .**4. Factorisation** $a(x - x_1)(x - x_2)$  si  $\Delta > 0$ ;  $a(x - x_0)^2$  si  $\Delta = 0$ .**5. Signe & inéquations**Du signe de  $a$  à l'extérieur des racines; du signe de  $-a$  entre.

## Tableau de signes Ch. 3 – à compléter

---

*À toi de jouer : complète le tableau de signes selon les 3 cas du discriminant.*



## Carte mentale Ch. 3 – à compléter

---

*À toi de jouer : recopie la carte mentale dans la grille (5 piliers : discriminant, racines, somme-produit, factorisation, signe).*

