

Dérivation – Partie 1

Chapitre 2 – 1^{re} Spé Maths

Table des matières

Positionnement dans la formation	1
Activités d'introduction	3
Limite en zéro d'une fonction	5
Nombre dérivé	5
Tangente à une courbe	7
Synthèse à retenir	9

PROGRAMME BO – 1^{re} Spé Maths

Contenus : Limite en zéro d'une fonction. Taux d'accroissement entre a et $a + h$. Nombre dérivé $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$. Tangente à la courbe au point d'abscisse a : pente $f'(a)$, équation $y = f'(a)(x - a) + f(a)$. Cas particulier de la fonction valeur absolue : non dérivable en 0.

Démonstrations : Si la limite du taux d'accroissement existe et est finie, on l'appelle nombre dérivé. La tangente est la position limite des sécantes lorsque $h \rightarrow 0$. Le coefficient directeur de la tangente est $f'(a)$.

Capacités : Calculer un taux de variation. Démontrer la dérivabilité d'une fonction en a . Lire un nombre dérivé sur un graphique. Déterminer l'équation réduite d'une tangente.

Tout le cours



Positionnement dans la formation

- Coefficient directeur d'une droite : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
- Identités remarquables et calcul littéral.
- Équation réduite d'une droite : $y = mx + p$.
- Sens de variation, fonctions affines.
- Lecture graphique d'images et d'antécédents.
- Tableau de variation lu et construit.

Limite en zéro $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = L$: valeurs de $f(x)$ aussi proches de L que voulu.**Taux d'accroissement**Entre a et $a + h$: $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (pente d'une sécante).**Nombre dérivé** $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (si la limite existe).**Tangente**Position limite des sécantes; pente $f'(a)$; passe par $A(a; f(a))$.**Équation réduite** $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.**Lien vers Ch. 4 et 6**

Fonction dérivée, variations, optimisation.

1 Limite en zéro d'une fonction

Exemple introductif (Monka)

Soit f définie sur $] -\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{(2+x)^2 - 4}{x}$.

$f(0)$ n'existe pas (division par 0). On observe le tableau :

x	-0,5	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1	0,5
$f(x)$	1,5	1,9	1,99	1,999	?	2,001	2,01	2,1	2,5

$f(x)$ se rapproche de 2 lorsque x se rapproche de 0. On note : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$.

On dit que f a pour **limite** L lorsque x tend vers 0 si les valeurs de $f(x)$ peuvent être aussi proches de L que l'on veut, pourvu que x soit suffisamment proche de 0.

On note :

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = L$$



Définition – Limite en zéro

La limite en 0 peut aussi être infinie. Par exemple, pour $g(x) = \frac{1}{x^2}$: $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$.

2 Nombre dérivé

1) Taux d'accroissement

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $a \in I$, $a + h \in I$ avec $h \neq 0$.
Le **taux d'accroissement** (ou taux de variation) de f entre a et $a + h$ est :

$$T(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



Définition – Taux d'accroissement

Géométriquement : c'est le coefficient directeur (la **pen**te) de la droite sécante reliant les points $A(a; f(a))$ et $M(a+h; f(a+h))$.

2) Fonction dérivable, nombre dérivé

Soit f définie sur un intervalle I contenant a .

On dit que f est **dérivable en a** s'il existe un nombre réel L tel que :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = L$$



Définition – Fonction dérivable,
nombre dérivé

L s'appelle alors le **nombre dérivé** de f en a et se note $f'(a)$.

Synthèse à retenir

1. Limite en zéro

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = L$: $f(x)$ aussi proche de L que voulu pour x proche de 0.

2. Taux d'accroissement

$T(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$; pente d'une sécante.

3. Nombre dérivé

$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} T(h)$; existe si la limite est finie.

4. Tangente

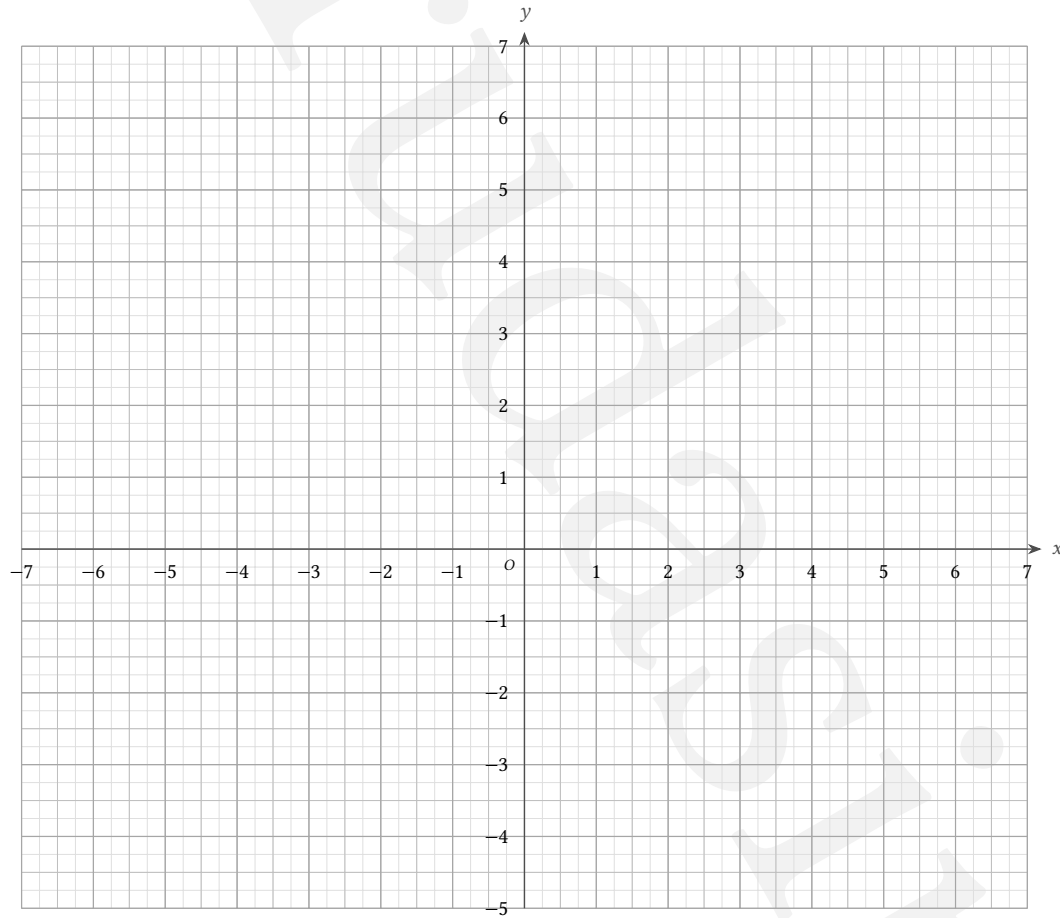
Position limite des sécantes ; pente $f'(a)$; équation $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

5. Cas spécial

La fonction $|x|$ n'est pas dérivable en 0 (angle).

Tangente Ch. 2 — à compléter

À toi de jouer : trace une courbe, place le point A et trace la tangente en A .



Carte mentale Ch. 2 — à compléter

À toi de jouer : recopie la carte mentale dans la grille (5 piliers : limite, taux, dérivé, tangente, valeur absolue).

