

## Variables aléatoires

Chapitre 15 – 1<sup>re</sup> Spé Maths

### Table des matières

Positionnement dans la formation .....	1
Activités d'introduction .....	2
Variable aléatoire et loi de probabilité .....	3
Espérance, variance, écart-type .....	4
Synthèse à retenir .....	6

PROGRAMME BO – 1<sup>re</sup> Spé Maths

**Contenus :** Variable aléatoire  $X$ : fonction  $\Omega \rightarrow \mathbb{R}$ . Loi de probabilité  $(x_i, p_i)$  avec  $\sum p_i = 1$ . Espérance  $E(X) = \sum x_i p_i$ , variance, écart-type.

**Démonstrations :**  $E$  = moyenne pondérée.  $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$  (König).  $\sigma = \sqrt{V}$ . Linéarité.

**Capacités :** Définir une VA, établir une loi, calculer  $E, V, \sigma$ , utiliser la linéarité.

Tout le cours



### Positionnement dans la formation

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>– Probabilités, événements.</li> <li>– Arbre pondéré, indépendance.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Moyenne pondérée d'une série.</li> <li>– Variance et écart-type.</li> </ul> |
|---|--|



## 1 Variable aléatoire et loi de probabilité

Une **variable aléatoire**  $X$  est une fonction qui associe un nombre réel à chaque issue de  $\Omega$  :  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ . Valeurs :  $x_1, \dots, x_n$ .



Définition – Variable aléatoire

### Exemple – Lancer d'une pièce

2 lancers d'une pièce.  $X$  = nombre de Faces. Valeurs : 0, 1, 2.

### Méthode – Calculer une probabilité avec une VA (Monka)

Urne : 4 rouges, 6 vertes. Tirer 2 simultanément. Soit  $X$  : nombre de rouges. Loi de  $X$ ?

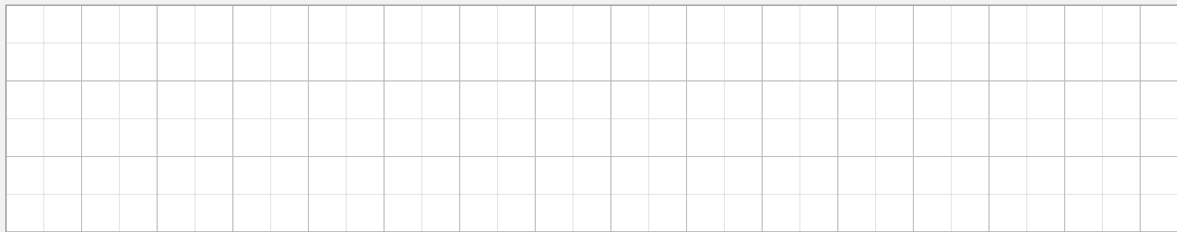


Tableau ( $x_i$  ;  $P(X = x_i)$ ). **Vérification** :  $\sum P(X = x_i) = 1$ .



Définition – Loi de probabilité

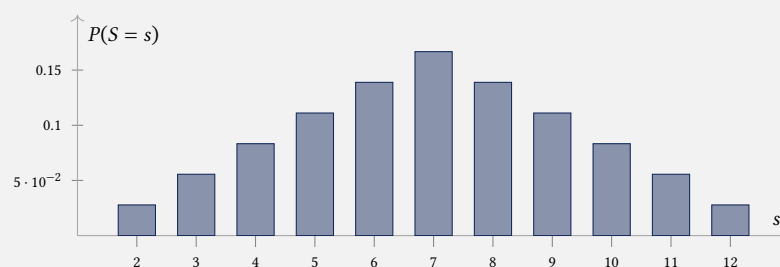
### Méthode – Déterminer une loi (Monka)

2 dés équilibrés.  $S$  = somme. Donner la loi de  $S$ .

$S \in \{2, \dots, 12\}$ . 36 issues totales.

$s$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(S = s)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

### Diagramme en bâtons (somme de 2 dés)







## Synthèse à retenir

**1. Variable aléatoire**

$$X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}.$$

**2. Loi**

$$(x_i, p_i) \text{ avec } \sum p_i = 1.$$

**3. Espérance**

$$E(X) = \sum x_i p_i.$$

**4. Variance + König**

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2; \sigma = \sqrt{V}.$$

**5. Linéarité**

$$E(aX + b) = aE(X) + b; V(aX + b) = a^2V(X).$$

## Carte mentale Ch. 15 – à compléter

---

*5 piliers : VA, loi, espérance, variance, linéarité.*

