Géométrie repérée

Chapitre 14 — 1re Spé Maths

Table des matières

PROGRAMME BO — 1re Spé Maths

Contenus : Équation cartésienne d'une droite : à partir d'un point et d'un vecteur directeur, à partir d'un point et d'un vecteur normal. Projeté orthogonal d'un point sur une droite. Équation cartésienne d'un cercle de centre Ω et de rayon r; reconnaissance d'un cercle à partir d'une équation développée.

Démonstrations : Vect. directeur $\vec{u}(-b;a)$ ssi équation $ax+by+c=0$. Vecteur normal $\vec{n}(a;b)$ pour la droite $ax+by+c=0$. Cercle : $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$. Projeté orthogonal de A sur d : intersection de d avec la perpendiculaire à d passant par A.

Capacités : Déterminer une équation cartésienne (point + directeur ou point + normal). Tracer une droite à partir de son équation. Calculer les coordonnées du projeté orthogonal. Déterminer une équation de cercle; reconnaître un cercle développé.

Tout le cours

Positionnement dans la formation

- Repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.
- Coordonnées de vecteurs : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$.
- Distance : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.
- Milieu : $\left(\dfrac{x_A+x_B}{2}\,;\,\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$.
- Vecteurs colinéaires : $xy'-yx'=0$.
- Produit scalaire : $\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'$ (Ch. 12).
- Orthogonalité : $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow xx'+yy'=0$.
- Équation $ax+by+c=0$ vue en seconde.

Vecteur normal	Vecteur orthogonal au vecteur directeur d'une droite.
Équation par vect. normal	$a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$ avec $\vec{n}(a; b)$ normal.
Projeté orthogonal	Calcul à l'intersection de la droite et de sa perpendiculaire.
Équation de cercle	$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$ développable en $x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y + \gamma = 0$.
Reconnaissance	Compléter les carrés pour identifier un cercle.

Activités d'introduction

Activité 1 — Vecteur directeur ou normal ? (synthèse 2de)

Objectif : consolider la lecture d'une équation cartésienne $ax + by + c = 0$. *Durée : 15 min.*

On rappelle qu'une droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ admet $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur.

1. Pour chaque équation, donner un vecteur directeur : **a)** $2x - 3y + 1 = 0$ **b)** $-x + 5y - 7 = 0$ **c)** $4x + y = 0$ **d)** $y = 3x - 2$ (mettre sous la forme $ax + by + c = 0$).

2. On considère le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ et le vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$. Calculer $\vec{u}\cdot\vec{n}$. Que peut-on en déduire ?

3. Conclure : pour la droite $ax + by + c = 0$, quel est un vecteur *normal* ?

4. Application : déterminer un vecteur normal aux droites de la question **1**.

Correction (prof)

1. a) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$. **b)** $\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\-1\end{pmatrix}$ (ou $\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$). **c)** $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$. **d)** $y = 3x - 2 \Leftrightarrow 3x - y - 2 = 0$, donc $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

2. $\vec{u}\cdot\vec{n} = (-b)(a) + (a)(b) = -ab + ab = 0$. Donc $\vec{u}$ et $\vec{n}$ sont **orthogonaux**.

3. Un vecteur normal de la droite $ax + by + c = 0$ est $\boxed{\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}}$: ses composantes sont les coefficients a et b de x et y dans l'équation.

4. a) $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$. **b)** $\vec{n}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$. **c)** $\vec{n}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$. **d)** $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$.

Activité 2 — Découvrir le projeté orthogonal

Objectif : caractériser le projeté orthogonal d'un point sur une droite. *Durée : 20 min.*

On considère la droite $d\ :\ x + 3y - 4 = 0$ et le point $A(2; 4)$.

1. Donner un vecteur directeur $\vec{u}$ de d et un vecteur normal $\vec{n}$.

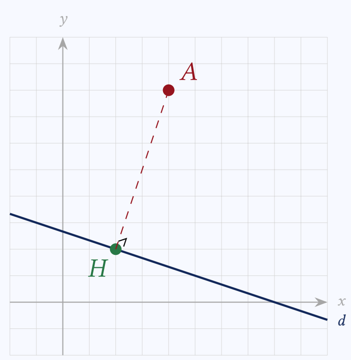
2. On note H le **projeté orthogonal** de A sur d. Caractériser H par deux conditions géométriques.

3. La droite (AH) admet-elle $\vec{n}$ comme vecteur directeur ? Justifier.

4. Donner une équation cartésienne de (AH) (*indication :* elle passe par A et $\vec{u}$ est un vecteur normal de (AH)).

5. Calculer les coordonnées de H comme intersection de d et (AH).

6. Calculer la distance AH.



Correction (prof)

1. $d\ :\ x+3y-4=0$, donc $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ vecteur directeur, $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ vecteur normal.
2. H est caractérisé par : (i) $H\in d$; (ii) $(AH)\perp d$.
3. $(AH)\perp d$ donc $\overrightarrow{AH}$ est colinéaire à $\vec{n}$: $\vec{n}$ est un vecteur directeur de (AH).
4. (AH) admet $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ comme vecteur normal (puisque $\vec{n}$ est directeur). Équation cartésienne de (AH) : $-3(x-2)+1(y-4)=0$, soit $-3x+y+2=0$.
5. Système $\begin{cases}x+3y-4=0\\-3x+y+2=0\end{cases}$. De la première : $x=4-3y$. Substitution : $-3(4-3y)+y+2=0$, $-12+9y+y+2=0$, $10y=10$, $y=1$. Puis $x=4-3=1$. Donc $\boxed{H(1;1)}$.
6. $AH=\sqrt{(2-1)^2+(4-1)^2}=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$.

Activité 3 — Reconnaître un cercle

Objectif : passer de la forme développée à la forme canonique d'un cercle. *Durée : 15 min.*

On considère l'équation $E\ :\ x^2+y^2-8x+2y-21=0$.
1. Compléter les carrés en x et en y : écrire $x^2-8x=(x-\ldots)^2-\ldots$ et $y^2+2y=(y+\ldots)^2-\ldots$.
2. En déduire une équation de la forme $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$.
3. S'agit-il d'un cercle ? Si oui, donner son centre Ω et son rayon r.
4. Vérification : développer $(x-4)^2+(y+1)^2-37$ et comparer à E.

Correction (prof)

1. $x^2-8x=(x-4)^2-16$; $y^2+2y=(y+1)^2-1$.
2. $E\ :\ (x-4)^2-16+(y+1)^2-1-21=0 \Leftrightarrow (x-4)^2+(y+1)^2=38$.
3. C'est l'équation d'un **cercle** de centre $\Omega(4;-1)$ et de rayon $r=\sqrt{38}$.
4. $(x-4)^2+(y+1)^2-37=x^2-8x+16+y^2+2y+1-37=x^2+y^2-8x+2y-20$, soit *une autre* équation. Pour retrouver $E\ :\ x^2+y^2-8x+2y-21=0$ il fallait $(x-4)^2+(y+1)^2=38$ (différence : -21 vs -20). *Cohérent.*

Équation cartésienne d'une droite

Toute droite du plan admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$ avec $(a, b) \neq (0, 0)$.

- Un vecteur **directeur** de la droite est $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\ a\end{pmatrix}$.
- Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires ssi $xy' - yx' = 0$.

Vidéo de rappel seconde : https://youtu.be/d-rUnClmcCY

Soit d la droite passant par $A(x_A; y_A)$ de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$. Alors :

- Une équation cartésienne de d est $\beta(x-x_A)-\alpha(y-y_A) = 0$, soit $ax+by+c = 0$ avec $a = \beta$, $b = -\alpha$.
- Méthode équivalente (colinéarité) : $M(x; y) \in d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ colinéaires $\Leftrightarrow (x - x_A)\beta - (y - y_A)\alpha = 0$.

Équation à partir d'un point et d'un vecteur directeur

Exemple détaillé. Droite d passant par $A(3; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\ 5\end{pmatrix}$.

Équation $ax + by + c = 0$ avec $\begin{pmatrix}-b\\ a\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\ 5\end{pmatrix}$, soit $a = 5$ et $b = 1$. Équation : $5x + y + c = 0$.

$A(3; 1)$ vérifie : $5 \times 3 + 1 + c = 0$, donc $c = -16$. *Équation :* $\boxed{5x + y - 16 = 0}$.

Méthode bis (colinéarité). $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-3\\ y-1\end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\ 5\end{pmatrix}$ colinéaires : $5(x-3)-(-1)(y-1) = 0$, soit $5x+y-16 = 0$. *Cohérent.*

Soient $B(x_B; y_B)$ et $C(x_C; y_C)$ deux points distincts. La droite (BC) admet $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C - x_B\\ y_C - y_B\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur.

Équation à partir de deux points

Exemple détaillé. Droite (BC) avec $B(5; 3)$ et $C(1; -3)$.

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}1-5\\ -3-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4\\ -6\end{pmatrix}$. Donc $a = -6$, $b = 4$. Équation : $-6x + 4y + c = 0$.

$B(5; 3)$: $-6 \times 5 + 4 \times 3 + c = 0$, $c = 18$. *Équation :* $\boxed{-6x + 4y + 18 = 0}$ *ou* $-3x + 2y + 9 = 0$.

Pour tracer la droite d'équation $ax + by + c = 0$, on cherche **deux points particuliers** (intersections avec les axes ou choix d'abscisses simples).

Tracer une droite à partir de son équation

Exercice d'application. a) Donner une équation cartésienne de la droite passant par $A(2; -1)$ de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$.

b) Donner une équation cartésienne de la droite passant par $B(0;5)$ et $C(-2;3)$.

Correction (prof)

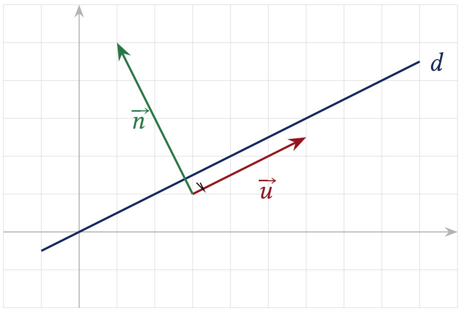
a) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ donc $a=4$, $b=-3$. Équation : $4x-3y+c=0$ avec $A(2;-1)$: $8+3+c=0$, $c=-11$. Donc $\boxed{4x-3y-11=0}$.

b) $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$, soit $a=-2$, $b=2$. Équation $-2x+2y+c=0$, $B(0;5)$: $0+10+c=0$, $c=-10$. Donc $-2x+2y-10=0$, soit $\boxed{x-y+5=0}$.

Vecteur normal et équation cartésienne

On appelle **vecteur normal** à une droite d tout vecteur *non nul* orthogonal à un vecteur directeur de d.

Vecteur normal à une droite



- Une droite d de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$.
- **Réciproquement**, la droite d'équation $ax + by + c = 0$ a pour vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$.

Soit $A(x_A; y_A) \in d$ et $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ vecteur normal de d.
$M(x; y) \in d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$.
$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$, soit $ax + by - (ax_A + by_A) = 0$, qui est de la forme $ax + by + c = 0$. ■

Exemple détaillé — Droite d passant par $A(-5; 4)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Équation : $3x - y + c = 0$ avec $A(-5; 4)$: $-15 - 4 + c = 0$, $c = 19$. Donc $\boxed{3x - y + 19 = 0}$.

Méthode bis (produit scalaire). $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x + 5 \\ y - 4 \end{pmatrix} \perp \vec{n}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$: $3(x + 5) + (-1)(y - 4) = 0$, soit $3x - y + 19 = 0$.

Exemple — Lecture inverse. La droite d'équation $2x - 3y - 6 = 0$ admet $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal et $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Vérification : $\vec{n} \cdot \vec{u} = 2 \times 3 + (-3) \times 2 = 0$.

Exercice d'application. a) Équation cartésienne de la droite passant par $A(2; 3)$ de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} 1; -2 \end{pmatrix}$.
b)*Pourladroite*4x-3y+12=0, *donnerunvecteurnormaletunvecteurdirecteur*.
c)*Lesdroites*d:2x+3y-1=0*etd*':6x-4y+5=0*sont — ellesperpendiculaires*?

Correction (prof)

a) $1(x-2)-2(y-3)=0$, soit $x-2y+4=0$.

b) $\vec{n}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$, $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$.

c) $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{n'}\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$. $\vec{n}\cdot\vec{n'}=12-12=0$: oui, **perpendiculaires**.

Projeté orthogonal d'un point sur une droite

Soit d une droite et A un point du plan. Le **projeté orthogonal** de A sur d, noté H, est l'unique point de d tel que $(AH) \perp d$.

H est caractérisé par les deux conditions :
- $H \in d$;
- $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0$ où $\vec{u}$ est un vecteur directeur de d.

Définition et caractérisation

Méthode — Calcul du projeté orthogonal.

1. Identifier $\vec{u}$ (directeur de d) et $\vec{n}$ (normal à d).
2. Écrire l'équation de la droite (AH) qui passe par A avec $\vec{u}$ comme *vecteur normal* (puisque $(AH) \perp d$ et $\vec{u}$ directeur de d).
3. Résoudre le système des deux équations d et (AH) pour trouver les coordonnées de H.

Exemple détaillé. Droite $d : x + 3y - 4 = 0$ et point $A(2; 4)$. Trouver H projeté orthogonal de A sur d.

(1) d a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$.

(2) $(AH) \perp d$, donc $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de (AH). Équation : $-3(x-2) + 1(y-4) = 0$, soit $\boxed{-3x + y + 2 = 0}$.

(3) Système :

$$\begin{cases} x + 3y - 4 = 0 \\ -3x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ -3(4-3y) + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ 10y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Donc $\boxed{H(1; 1)}$. Distance $AH = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$.

Exercice d'application. Soit $d : 2x - y + 3 = 0$ et $A(1; 6)$. **a)** Donner un vecteur directeur et un vecteur normal de d.

b) Déterminer une équation de (AH).

c) Calculer les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur d.

d) Calculer la distance AH.

Correction (prof)

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ directeur, $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ normal.

b) (AH) a pour vecteur normal $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$, passe par $A(1; 6)$: $1(x-1) + 2(y-6) = 0$, soit $x + 2y - 13 = 0$.

c) Système : $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ x + 2y - 13 = 0 \end{cases}$. Première : $y = 2x+3$, substitution : $x + 2(2x+3) - 13 = 0$, $5x = 7$, $x = 7/5$, $y = 14/5 + 3 = 29/5$. Donc $H(7/5; 29/5)$.

d) $AH = \sqrt{(1-7/5)^2 + (6-29/5)^2} = \sqrt{(2/5)^2 + (1/5)^2} = \sqrt{4/25 + 1/25} = \sqrt{5/25} = \dfrac{\sqrt{5}}{5} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Équations de cercle

Le cercle $\mathscr{C}$ de centre $\Omega(\alpha; \beta)$ et de rayon $r > 0$ a pour équation :

$$\boxed{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2.}$$

Cette forme est dite **canonique**. Développée, elle devient $x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y + (\alpha^2 + \beta^2 - r^2) = 0$.

Équation cartésienne d'un cercle

$M(x; y) \in \mathscr{C} \Leftrightarrow \Omega M = r \Leftrightarrow \Omega M^2 = r^2$.
$\overrightarrow{\Omega M}\begin{pmatrix} x-\alpha \\ y-\beta \end{pmatrix}$ donc $\Omega M^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$. ■

Exemple détaillé — Équation du cercle de centre $\Omega(4; -1)$ et de rayon $\sqrt{37}$.
Forme canonique : $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 37$.
Forme développée : $x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = 37$, soit $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 20 = 0$.

Une équation de la forme $x^2 + y^2 + \alpha' x + \beta' y + \gamma = 0$ peut être un cercle, un point, ou l'ensemble vide. On **complète les carrés** :

$$(x + \tfrac{\alpha'}{2})^2 - \frac{\alpha'^2}{4} + (y + \tfrac{\beta'}{2})^2 - \frac{\beta'^2}{4} + \gamma = 0.$$

Si $\frac{\alpha'^2}{4} + \frac{\beta'^2}{4} - \gamma > 0$, c'est un cercle de centre $\Omega(-\frac{\alpha'}{2}; -\frac{\beta'}{2})$ et de rayon $r = \sqrt{\frac{\alpha'^2}{4} + \frac{\beta'^2}{4} - \gamma}$.

Reconnaître un cercle (forme développée)

Exemple détaillé. L'équation $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$ est-elle celle d'un cercle ?
On complète les carrés : $x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9$, $y^2 + 8y = (y+4)^2 - 16$. Donc :

$$(x-3)^2 - 9 + (y+4)^2 - 16 - 11 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+4)^2 = 36.$$

C'est l'équation du **cercle de centre** $\Omega(3; -4)$ **et de rayon** $r = 6$.

Exercice d'application. a) Donner l'équation du cercle de centre $\Omega(-2; 5)$ et rayon 4.
b) L'équation $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ représente-t-elle un cercle ? Si oui, donner centre et rayon.
c) L'équation $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 15 = 0$ représente-t-elle un cercle ? Justifier.

Correction (prof)

a) $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 16$.
b) $(x+2)^2 - 4 + (y-1)^2 - 1 + 1 = 0$, soit $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$. **Oui**, cercle de centre $\Omega(-2; 1)$ et rayon $r = 2$.
c) $(x-1)^2 - 1 + (y+3)^2 - 9 + 15 = 0$, soit $(x-1)^2 + (y+3)^2 = -5 < 0$. **Non**, ce n'est pas un cercle (ensemble vide).

Bilan

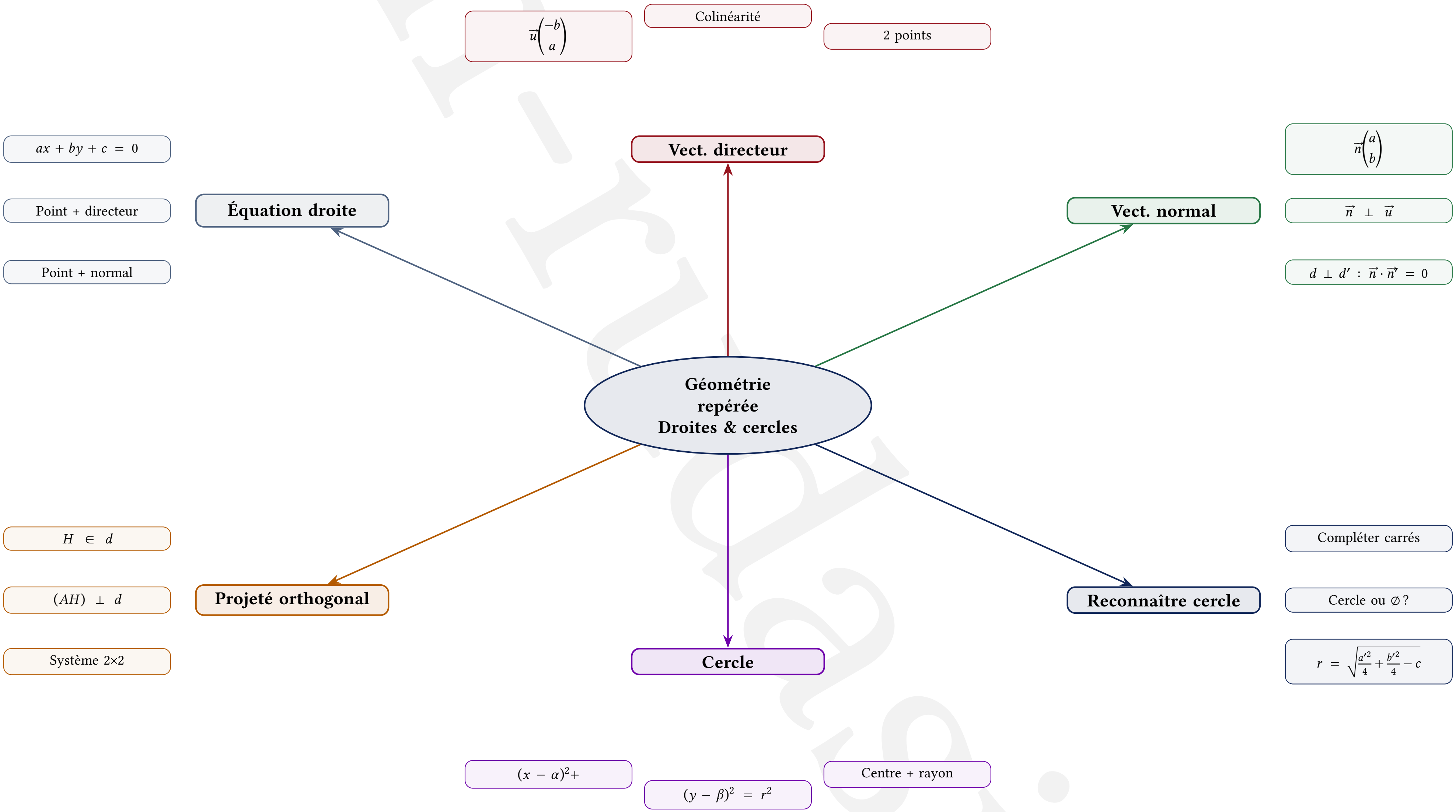
- **Équation cartésienne d'une droite :** $ax + by + c = 0$.
- **Vecteur directeur :** $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$. **Vecteur normal :** $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.
- **Équation par point + directeur :** colinéarité ou équation $ax + by + c = 0$ avec A vérifiant.
- **Équation par point + normal :** $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$.
- **Projeté orthogonal** de A sur d : intersection de d avec la droite passant par A et orthogonale à d.
- **Cercle (centre + rayon) :** $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$.
- **Reconnaître un cercle :** compléter les carrés.

Récapitulatif — Géométrie repérée

Notion	Formule	Exemple-type
Équation cartésienne	$ax + by + c = 0$	$5x + y - 16 = 0$
Vecteur directeur	$\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$	$5x + y - 16 = 0 : \vec{u}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$
Vecteur normal	$\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$	$5x + y - 16 = 0 : \vec{n}\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$
Équation par directeur	Utiliser $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix} = \vec{u}_d$ + point	$A(3;1), \vec{u}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix} \to 5x + y - 16 = 0$
Équation par normal	$a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$	$A(-5;4), \vec{n}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix} \to 3x - y + 19 = 0$
Tracer la droite	Trouver 2 points particuliers	Intersections avec axes
Projeté orthogonal	$H \in d$ et $(AH) \perp d$	$A(2;4), d : x + 3y - 4 = 0 \to H(1;1)$
Distance point-droite	AH avec H projeté	$AH = \sqrt{10}$
Équation de cercle	$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$	$\Omega(4;-1), r = \sqrt{37}$
Cercle développé	Compléter les carrés	$x^2 + y^2 - 8x + 2y - 21 = 0 \to \Omega(4;-1)$

Carte mentale — Chapitre 14 — Géométrie repérée

Les 6 piliers à maîtriser avant le DS.


Géométrie repérée Droites & cercles
Vect. directeur
$\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$
Colinéarité
2 points
Vect. normal
$\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$
$\vec{n} \perp \vec{u}$
$d \perp d' : \vec{n}\cdot\vec{n'} = 0$
Équation droite
$ax + by + c = 0$
Point + directeur
Point + normal
Projeté orthogonal
$H \in d$
$(AH) \perp d$
Système 2×2
Cercle
$(x-\alpha)^2+$
$(y-\beta)^2 = r^2$
Centre + rayon
Reconnaître cercle
Compléter carrés
Cercle ou ∅ ?
$r = \sqrt{\frac{a'^2}{4}+\frac{b'^2}{4}-c}$