

Planche 2 – Configurations géométriques, Calcul vectoriel

BTS MEC2 • Ch.6 • Revisions Ch.4-5

Sources : adaptations d'annales APMEP BTS et exemples du programme MEC2 Ch.4 Ch.5.

I Trigonometrie

Exercice 1 – Conversions [Correction]

Convertir en radians : 36° , 54° , 108° , 162° , 216° .

Convertir en degrés : $\frac{\pi}{5}$, $\frac{3\pi}{10}$, $\frac{5\pi}{6}$.

Exercice 2 – Valeurs exactes [Correction]

Calculer sans calculatrice : $\cos \frac{5\pi}{6}$, $\sin \frac{2\pi}{3}$, $\cos(-\frac{\pi}{4})$.

Exercice 3 – Equation simple [Correction]

Resoudre $\cos x = \frac{1}{2}$ dans $[0; 2\pi]$.

II Al-Kashi et loi des sinus

Exercice 4 – Calcul d'un cote [Correction]

Triangle ABC avec $AB = 8$, $AC = 10$, $\hat{A} = 65^\circ$. Calculer BC .

Exercice 5 – Calcul d'angle [Correction]

Triangle avec $a = 7$, $b = 9$, $c = 12$. Calculer les 3 angles au degré pres.

Exercice 6 – Loi des sinus [Correction]

Triangle avec $\hat{A} = 40^\circ$, $\hat{B} = 70^\circ$, $a = 5$. Calculer b et c .

Exercice 7 – Aire [Correction]

Triangle ABC avec $AB = 6$, $AC = 9$, $\hat{A} = 120^\circ$. Aire ?

III Produit scalaire dans le plan

Exercice 8 – Calcul direct [Correction]

$\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{v} = 5\vec{i} + 4\vec{j}$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$, l'angle (\vec{u}, \vec{v}) .

Exercice 9 – Orthogonalite [Correction]

Pour quelle valeur de m les vecteurs $m\vec{u} + 2\vec{v}$ et $6m\vec{u} + \vec{v}$ sont-ils orthogonaux ?

Exercice 10 – Polarisation [Correction]

ABC : $AB = 5$, $AC = 8$, $BC = 7$. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ par polarisation puis \hat{A} .

IV Equations de droites et cercles

Exercice 11 – Equation droite [Correction]

$A(2; -1)$, $\vec{n} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$. Equation cartésienne de la droite passant par A , normale à \vec{n} .

Exercice 12 – Mediatrice [Correction]

$A(1; 3)$ et $B(5; -1)$. Equation cartésienne de la mediatrice de $[AB]$.

Exercice 13 – Cercle [Correction]

Cercle de centre $\Omega(2; -3)$ et rayon 5. Equation. Le point $P(5; 1)$ appartient-il ?

Exercice 14 – Cercle de diametre [Correction]

$A(0; 0)$, $B(6; 8)$. Equation du cercle de diametre $[AB]$.

V Produit scalaire dans l'espace

Exercice 15 – Calcul 3D [Correction]

$\vec{u}(2; -1; 3)$, $\vec{v}(1; 4; -2)$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$.

Exercice 16 – Plan dans l'espace [Correction]

Plan passant par $A(1; 0; -1)$ et de vecteur normal $\vec{n}(2; -3; 1)$. Equation cartésienne ?

Exercice 17 – Distance [Correction]

Distance du point $M_0(3; -2; 1)$ au plan $2x + y - z + 4 = 0$.

VI Problemes de synthese (annales)

Exercice 18 – Triangle (Gr.B 2008 adapte) [Correction]

Dans un triangle ABC , $AB = 12$, $\hat{B} = 55^\circ$, $\hat{C} = 70^\circ$.

1) Calculer \hat{A} . 2) Calculer AC et BC .

Exercice 19 – Geometrie analytique (Gr.D 2010 adapte) [[Correction](#)]

Dans un repere orthonorme, $A(-1; 2)$, $B(3; 5)$, $C(4; -1)$.

- 1) Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$. Le triangle est-il rectangle?
- 2) Equation de la droite (AB) .

3) Equation du cercle circonscrit (utiliser que le centre est sur les mediatrices).

Exercice 20 – Application industrielle [[Correction](#)]

Une plaque triangulaire est definie par $A = (0; 0)$, $B = (4; 0)$, $C = (2; 3)$. Cotes en metres.

- 1) Calculer la longueur des 3 cotes.
- 2) Calculer l'angle \hat{A} .
- 3) Calculer l'aire de la plaque.

Corrections

Correction 1 – Conversions [Énoncé]

$$36^\circ = \frac{\pi}{5}; 54^\circ = \frac{3\pi}{10}; 108^\circ = \frac{3\pi}{5}; 162^\circ = \frac{9\pi}{10}; 216^\circ = \frac{6\pi}{5}.$$

$$\frac{\pi}{5} = 36^\circ; \frac{3\pi}{10} = 54^\circ; \frac{5\pi}{6} = 150^\circ.$$

Correction 2 – Valeurs exactes [Énoncé]

$$\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Correction 3 – Equation simple [Énoncé]

$$\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\} \text{ dans } [0; 2\pi].$$

Correction 4 – Al-Kashi cote [Énoncé]

$$BC^2 = 64 + 100 - 2 \times 8 \times 10 \cos 65^\circ = 164 - 160 \times 0,4226 \approx 164 - 67,62 = 96,38. BC \approx 9,82.$$

Correction 5 – Al-Kashi angles [Énoncé]

$$\cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{81 + 144 - 49}{216} = \frac{176}{216} \approx 0,815. \hat{A} \approx 35,4^\circ.$$

$$\cos \hat{B} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{49 + 144 - 81}{168} = \frac{112}{168} \approx 0,667. \hat{B} \approx 48,2^\circ.$$

$$\hat{C} = 180 - 35,4 - 48,2 \approx 96,4^\circ. (\text{Verif: } \cos \hat{C} = \frac{49 + 81 - 144}{126} = -\frac{14}{126} \approx -0,111; \hat{C} \approx 96,4^\circ \text{ OK.})$$

Correction 6 – Loi des sinus [Énoncé]

$$\hat{C} = 180 - 40 - 70 = 70^\circ. \frac{a}{\sin A} = \frac{5}{\sin 40^\circ} \approx 7,778.$$

$$b = 7,778 \times \sin 70^\circ \approx 7,308. c = 7,778 \times \sin 70^\circ \approx 7,308.$$

Correction 7 – Aire [Énoncé]

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 \times \sin 120^\circ = 27 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \approx 23,38.$$

Correction 8 – PS direct [Énoncé]

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 15 - 8 = 7. \vec{u} = \sqrt{13}, \vec{v} = \sqrt{41}. \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{7}{\sqrt{13 \times 41}} = \frac{7}{\sqrt{533}} \approx 0,303. \text{ Angle } \approx 72,3^\circ.$$

Correction 9 – Orthogonalité [Énoncé]

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 6m + 2(m + 1) = 8m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -1/4.$$

Correction 10 – Polarisation [Énoncé]

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2}(25 + 64 - 49) = \frac{40}{2} = 20. \cos \hat{A} = \frac{20}{5 \times 8} = \frac{1}{2}. \hat{A} = 60^\circ.$$

Correction 11 – Equation droite [Énoncé]

$$3(x - 2) + 4(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 2 = 0.$$

Correction 12 – Médiatrice [Énoncé]

Milieu $I(3; 1)$. $\vec{AB} = 4 - 4$ donc normal $4 - 4$ ou $1 - 1$.

$$1(x - 3) - 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 2 = 0.$$

Correction 13 – Cercle [Énoncé]

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25. P(5; 1) : 9 + 16 = 25 \text{ OK. } P \in \mathcal{C}.$$

Correction 14 – Cercle de diamètre [Énoncé]

Centre $I(3; 4)$ (milieu). $r = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{36+64}}{2} = 5. (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25.$

Correction 15 – PS 3D [Énoncé]

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 - 4 - 6 = -8. \vec{u} = \sqrt{14} \approx 3,742. \vec{v} = \sqrt{21} \approx 4,583.$$

Correction 16 – Plan 3D [Énoncé]

$$2(x - 1) - 3(y - 0) + 1(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + z - 1 = 0.$$

Correction 17 – Distance plan [Énoncé]

$$d = \frac{|2 \times 3 - 2 - 1 + 4|}{\sqrt{4 + 1 + 1}} = \frac{|6 - 2 - 1 + 4|}{\sqrt{6}} = \frac{7}{\sqrt{6}} \approx 2,858.$$

Correction 18 – Triangle (annale) [Énoncé]

1) $\hat{A} = 180 - 55 - 70 = 55^\circ$. 2) Loi sinus : $\frac{12}{\sin 55^\circ} = \frac{AC}{\sin 55^\circ} = \frac{BC}{\sin 70^\circ}$. $AC = 12$.
 $BC = 12 \times \frac{\sin 70^\circ}{\sin 55^\circ} \approx 12 \times 1,147 \approx 13,77$.

Correction 19 – Geom analytique [Énoncé]

1) $\vec{AB}43$, $\vec{AC}5-3$. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 20 - 9 = 11 \neq 0$, non rectangle en A.
 $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = (-4)(1) + (-3)(-6) = 14 \neq 0$. $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = (-5)(-1) + (3)(6) = 23 \neq 0$. **Triangle**

non rectangle.

2) $\vec{AB}43$, normal $3-4$. $3(x+1) - 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 11 = 0$.

3) Centre du cercle circonscrit = intersection médiatrices. AB : milieu (1 ; 3,5), normal $\vec{AB}43$: $4x + 3y - 14,5 = 0$. AC : milieu (1,5 ; 0,5), normal $\vec{AC}5-3$: $5x - 3y - 6 = 0$. Résolution : $9x = 20,5 \Rightarrow x \approx 2,278$, $y \approx 1,797$. Rayon $\approx \sqrt{(2,278 + 1)^2 + (1,797 - 2)^2} \approx 3,29$.

Correction 20 – Application [Énoncé]

1) $AB = 4$; $AC = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \approx 3,606$; $BC = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \approx 3,606$.

2) $\cos \hat{A} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{(4)(2) + (0)(3)}{4\sqrt{13}} = \frac{8}{4\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \approx 0,555$. $\hat{A} \approx 56,3^\circ$.

3) Aire = $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ m}^2$ (base \times hauteur).