

République Française  
Liberté • Égalité • Fraternité

Lycée Polyvalent  
Younoussa Bamana  
Mamoudzou

Académie  
de Mayotte  
Liberté • Égalité • Fraternité

---

# BTS Management Économique de la Construction

Sous-épreuve E31 — Mathématiques

*Contrôle en Cours de Formation (CCF) — Coefficient 2 — Unité U31*

---

## CCF Blanc n°2

Situation 2 (BTP) — Équations différentielles & calcul intégral

Durée : 55 minutes • Note sur 10 points  
*Calculatrice et logiciels autorisés*

Année scolaire 20\_\_\_/20\_\_\_ • Session 20\_\_\_

Source du sujet : structure APMEP, BTS Groupement D, Métropole-Polynésie, mai 2008, Exercice 1; habillage adapté BTS MEC.

## Consignes de la sous-épreuve E31 Mathématiques (CCF)

**Format de l'évaluation.** La sous-épreuve E31 Mathématiques (coef. 2, unité U31) est évaluée en **Contrôle en Cours de Formation (CCF)** : 2 situations d'évaluation, chacune d'une durée de 55 minutes, notée sur 10 points, coefficient 1.

**Calendrier.** La 1<sup>re</sup> situation est organisée avant la fin de la 1<sup>re</sup> année (ou, en cas de redoublement notamment, au plus tard avant janvier de la 2<sup>e</sup> année). La 2<sup>e</sup> situation se déroule au cours et avant la fin de la 2<sup>e</sup> année.

**Format de chaque situation.** Chaque situation comporte **1 ou 2 exercices** avec des questions à *difficulté progressive*.

### Compétences évaluées :

- **S'informer** ;
- **Chercher** ;
- **Modéliser** ;
- **Raisonner, argumenter** ;
- **Calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie** ;
- **Communiquer**.

**Outils numériques.** Au moins un exercice de chaque situation comporte 1 ou 2 questions dont la résolution nécessite l'utilisation de **logiciels** (sur ordinateur ou calculatrice). La présentation se fait *en présence de l'examineur*. Ce type de question permet d'évaluer les capacités à *illustrer, calculer, expérimenter, simuler, programmer, émettre des conjectures ou contrôler leur vraisemblance*. Les résultats, observations et commentaires sont portés par écrit sur une fiche à compléter.

### Domaines au programme.

- **1<sup>re</sup> situation** : Calcul et numération ; Algorithmique et programmation ; Configurations géométriques ; Calcul vectoriel ; Fonctions d'une variable réelle.
- **2<sup>e</sup> situation** : Probabilités 1 ; Statistique descriptive ; Équations différentielles ; Calcul intégral.

**Dossier d'évaluation.** Pour chaque candidat, l'équipe pédagogique constitue un dossier comprenant : (1) la situation d'évaluation, (2) les copies rédigées par le candidat, (3) la grille d'évaluation (modèle de la circulaire nationale) avec proposition de note sur 10 points.

## CCF Blanc n°2 – Situation 2 (BTP)

BTS MEC2 – Chapitre 6 (revisions)

Duree : 55 min • Calculatrice/logiciels autorises • Note sur 10

**Source :** structure APMEP, BTS Groupement D, Métropole-Polynésie, mai 2008, Exercice 1 ; *habillage adapté au BTS MEC (refroidissement dalle béton).*

**Themes :** equation differentielle ordre 1, etude de fonction, calcul integral, valeur moyenne.

### Exercice 1 – db2exo1 (Exercice unique – Refroidissement d'une dalle de beton apres coulage 10 points) [ Correction

Sur un chantier, on suit l'évolution de la température en surface d'une dalle de beton fraîchement coulee. Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

#### Partie A – Resolution d'une equation differentielle (4 pts)

On considère l'équation (E) :  $y' + 0,05y = 1,05$  ou  $y$  est une fonction de la variable  $t$  (temps en minutes), définie et dérivable sur  $[0; +\infty[$ .

1. Déterminer les solutions sur  $[0; +\infty[$  de l'équation homogène ( $E_0$ ) :  $y' + 0,05y = 0$ .
2. Soit  $h$  définie par  $h(t) = a$  ( $a$  réel). Déterminer  $a$  pour que  $h$  soit solution particulière de (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de (E).
4. Déterminer la solution  $f$  de (E) vérifiant  $f(0) = 100$ .

#### Partie B – Etude et calcul integral (6 pts)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0; +\infty[$  par  $f(t) = 79e^{-0,05t} + 21$ . Cette fonction modélise la température de la dalle (en °C) en fonction du temps  $t$  (en min).

1. a) Déterminer  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$ . Interpréter physiquement.
1. b) En déduire que la courbe  $\mathcal{C}$  admet une asymptote  $\Delta$  d'équation à préciser.
2. Déterminer par le calcul l'instant  $t$  pour lequel  $f(t) = 21,1$  (température proche de la température ambiante). Donner la valeur exacte puis arrondir à  $10^{-1}$  près.
3. a) Calculer  $f'(t)$  pour tout  $t \in [0; +\infty[$ .
3. b) Établir le tableau de variations de  $f$  et interpréter (refroidissement monotone).
4. Démontrer que la température moyenne  $V_m$  de la dalle sur les deux premières heures (intervalle  $[0; 120]$ ) est :

$$V_m = 21 + \frac{79}{6}(1 - e^{-6}).$$

Donner une valeur approchée de  $V_m$  à  $10^{-1}$  près.

**Correction 1 – db2exo1 (Exercice unique – corrige 10 points) [Énoncé]****Partie A.**

1.  $y_0(t) = Ke^{-0,05t}$ ,  $K \in \mathbb{R}$ .
2.  $h'(t) = 0$ , donc  $0,05a = 1,05 \Rightarrow a = 21$ .
3. Solutions de (E) :  $y(t) = Ke^{-0,05t} + 21$ .
4.  $f(0) = K + 21 = 100 \Rightarrow K = 79$ . Solution :  $f(t) = 79e^{-0,05t} + 21$ .

**Partie B.**

1. a)  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-0,05t} = 0$ , donc  $\lim f = 21$ . La température de la dalle tend vers la température ambiante (21°C).

1. b) Asymptote horizontale  $\Delta : y = 21$ .

2.  $79e^{-0,05t} = 0,1 \Leftrightarrow t = 20 \ln(790) \approx 133,4$  min (environ 2h13).

3. a)  $f'(t) = -3,95e^{-0,05t} < 0$  pour tout  $t$ .

3. b)  $f$  strictement décroissante de  $f(0) = 100^\circ\text{C}$  vers  $21^\circ\text{C}$  : refroidissement monotone.

4.  $V_m = \frac{1}{120} \int_0^{120} f(t) dt$ . Primitive :  $F(t) = -\frac{79}{0,05}e^{-0,05t} + 21t = -1580e^{-0,05t} + 21t$ .

$$V_m = \frac{1}{120} [F(120) - F(0)] = \frac{1}{120} [-1580e^{-6} + 2520 + 1580] = \frac{1}{120} [1580(1 - e^{-6}) + 2520] = 21 + \frac{1580}{120}(1 - e^{-6}) = 21 + \frac{79}{6}(1 - e^{-6}).$$

Numerique :  $\frac{79}{6} \approx 13,17$ ,  $1 - e^{-6} \approx 0,9975$ , donc  $V_m \approx 21 + 13,1 \approx 34,1^\circ\text{C}$ .