

**Devoir Surveillé blanc n°1 – Chapitre 4**

BTS MEC2 • Configurations géométriques • Durée : 1 h30

Calculatrice autorisée • /40

**Exercice 1** – Trigonométrie – 8 pts [ Correction ]

1. Convertir :  $144^\circ$  en radians ;  $\frac{11\pi}{12}$  en degrés.
2. Donner sans calculatrice :  $\cos \frac{5\pi}{3}$ ,  $\sin \frac{7\pi}{4}$ ,  $\tan \frac{5\pi}{6}$ .
3. Soit  $\theta$  tel que  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  et  $\sin \theta > 0$ . Calculer  $\sin \theta$  et  $\tan \theta$ .
4. Résoudre dans  $[0; 2\pi]$  l'équation  $2 \cos \theta - \sqrt{3} = 0$ .

**Exercice 2** – Triangle rectangle – 8 pts [ Correction ]

Un pylône de hauteur inconnue  $h$  est observé depuis deux points  $A$  et  $B$  alignés avec la base du pylône. L'angle d'élévation depuis  $A$  est  $25^\circ$  et depuis  $B$  (plus proche) est  $42^\circ$ .  $AB = 30$  m.

1. Faire un schéma.
2. Exprimer  $h$  en fonction de la distance  $x$  de  $B$  au pylône.
3. Écrire une seconde équation reliant  $h$  et  $x + 30$ .
4. Résoudre le système pour trouver  $h$  (au cm près).

**Exercice 3** – Al-Kashi et topographie – 8 pts [ Correction ]

Un géomètre relève 3 bornes sur un chantier :  $A, B, C$  avec  $AB = 47$  m,  $BC = 52$  m,  $\widehat{ABC} = 67^\circ$ .

1. Calculer  $AC$  (Al-Kashi).
2. Calculer les angles  $\widehat{A}$  et  $\widehat{C}$ .
3. Calculer l'aire du triangle  $ABC$ .
4. Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle.

**Exercice 4** – Cercle et équation – 8 pts [ Correction ]

1. Reconnaître le cercle d'équation  $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$ .
2. Le point  $P(3; 5)$  est-il à l'intérieur, sur, ou à l'extérieur de ce cercle ?
3. Déterminer l'équation du cercle de diamètre  $[AB]$  avec  $A(-2; 1)$  et  $B(4; 7)$ .
4. Les points  $M$  tels que  $MA^2 + MB^2 = 50$  avec  $A(1; 2)$  et  $B(5; 2)$  forment un ensemble. Lequel ?

**Exercice 5** – Questions flash – 8 pts [ Correction ]

1. Aire d'un triangle équilatéral de côté  $a$  ?
2. Un triangle a pour côtés 3, 4, 5 : rectangle ?
3.  $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ = ?$  (valeur exacte)
4. Périmètre d'un cercle de rayon  $R$  ?
5. Aire d'un secteur circulaire d'angle  $\alpha$  (rad) et rayon  $R$  ?
6.  $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = ?$
7. Rayon du cercle inscrit dans un carré de côté  $a$  ?
8. Centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle : où ?

## Corrections

### Correction 1 – Trigonométrie [Énoncé]

- $144^\circ = \frac{4\pi}{5} \text{ rad}; \frac{11\pi}{12} = 165^\circ.$
- $\cos \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2}$  (angle  $-\frac{\pi}{3} \text{ mod } 2\pi$ ).  $\sin \frac{7\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  $\tan \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$
- $\sin^2 \theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$ ,  $\sin \theta = \frac{4}{5}$  (positif).  $\tan \theta = \frac{4}{3}.$
- $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} : \theta = \frac{\pi}{6}$  ou  $\theta = \frac{11\pi}{6}.$

### Correction 2 – Triangle rectangle – pylône [Énoncé]

- $\tan 42^\circ = \frac{h}{x}$ , donc  $h = x \tan 42^\circ.$
- $\tan 25^\circ = \frac{h}{x+30}$ , donc  $h = (x+30) \tan 25^\circ.$
- $x \tan 42^\circ = (x+30) \tan 25^\circ$  donne  $x(\tan 42^\circ - \tan 25^\circ) = 30 \tan 25^\circ$ .  $x = \frac{30 \tan 25^\circ}{\tan 42^\circ - \tan 25^\circ} \approx \frac{30 \cdot 0,466}{0,9004 - 0,466} \approx \frac{13,99}{0,435} \approx 32,18 \text{ m}.$   $h = x \tan 42^\circ \approx 32,18 \cdot 0,9004 \approx 28,97 \text{ m}$ , soit  $h \approx 28 \text{ m } 97 \text{ cm}.$

### Correction 3 – Al-Kashi et topographie [Énoncé]

- $AC^2 = 47^2 + 52^2 - 2 \cdot 47 \cdot 52 \cos 67^\circ = 2209 + 2704 - 4888 \cdot 0,3907 \approx 2912$ .  $AC \approx 53,96 \text{ m}.$
- Loi des sinus :  $\sin \hat{A} = \frac{52 \sin 67^\circ}{53,96} \approx \frac{52 \cdot 0,9205}{53,96} \approx 0,887$ ,  $\hat{A} \approx 62,5^\circ$ .  $\hat{C} = 180^\circ - 67^\circ - 62,5^\circ = 50,5^\circ.$
- $\mathcal{A} = \frac{1}{2} \cdot 47 \cdot 52 \sin 67^\circ \approx 1222 \cdot 0,9205 \approx 1125 \text{ m}^2.$
- $R = \frac{AC}{2 \sin \hat{B}} = \frac{53,96}{2 \sin 67^\circ} \approx 29,3 \text{ m}.$

### Correction 4 – Cercle et équation [Énoncé]

- $(x+1)^2 - 1 + (y-4)^2 - 16 + 8 = 0 \iff (x+1)^2 + (y-4)^2 = 9$ . Centre  $(-1; 4)$ , rayon 3.
- $\Omega P = \sqrt{(3+1)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{17} \approx 4,12 > 3$ .  $P$  est à l'extérieur.
- Centre = milieu  $[AB] = (1; 4)$ . Rayon =  $\frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{36+36}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ . Équation :  $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 18$ .
- Soit  $M(x; y)$ .  $MA^2 + MB^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2 + (x-5)^2 + (y-2)^2 = x^2 - 2x + 1 + (y-2)^2 + x^2 - 10x + 25 + (y-2)^2 = 2x^2 - 12x + 26 + 2(y-2)^2 = 50$ .  $x^2 - 6x + 13 + (y-2)^2 = 25 \iff (x-3)^2 + (y-2)^2 = 21$ . C'est un cercle de centre  $(3; 2)$  et rayon  $\sqrt{21}$ .

### Correction 5 – Questions flash [Énoncé]

- $\mathcal{A} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ . 2. Oui :  $3^2 + 4^2 = 5^2$ . 3.  $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ = 2 \sin 45^\circ \cos 30^\circ = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ . 4.  $P = 2\pi R$ . 5.  $\mathcal{A} = \frac{1}{2} R^2 \alpha$ . 6.  $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ . 7.  $r = \frac{a}{2}$ . 8. Milieu de l'hypoténuse.