

DS Blanc n°2 – Durée 3 h

Enquête consommateurs et contrôle de process

BTS MEC2 – Chapitre 3

SUJET – APERÇU

Sujet de bac blanc – format BTS. Mobilise l'ensemble du programme : intervalle de confiance d'une proportion, test sur une proportion, comparaison de deux proportions, test bilatéral et unilatéral sur une moyenne, calcul de la puissance $1 - \beta$ d'un test, comparaison de deux moyennes.

Format. 3 exercices indépendants • durée 3 h • barème : Exo 1 : 8 pts (annale BTS + prolongement comparaison maison), Exo 2 : 7 pts (annale BTS), Exo 3 : 5 pts (exo maison – comparaison) • calculatrice autorisée • résultats arrondis à 10^{-3} près.

Exercice 1 – Étude d'un nouveau produit BTS • Gr.B 2002 (1 h 15 – 8 pts) [Correction]

Partie A d'après BTS Groupement B 2002 (IC et test sur proportion); Partie B (comparaison de deux proportions) et Partie C (dimensionnement) en exos maison.

Un groupe industriel lance une nouvelle eau parfumée. Une étude marketing est menée en trois temps.

Partie A – Enquête initiale. Un sondage est mené auprès de $n_1 = 400$ personnes : $k_1 = 224$ se déclarent intéressées par le produit.

1. Calculer la fréquence observée f_1 .
2. Donner un intervalle de confiance à 95 % de la proportion p_1 d'intéressés dans la population.
3. Même question au niveau 99 %.
4. Le directeur marketing annonce que p_1 est supérieur à 50 %. Tester cette affirmation au seuil 5 % (unilatéral droit).
5. Donner la p -valeur.

Partie B – Après campagne publicitaire. Un second sondage indépendant de $n_2 = 500$ personnes, après campagne, donne $k_2 = 305$ intéressés.

6. Calculer f_2 et donner un IC à 95 % de p_2 .
7. Tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$ au seuil 5 %. Conclure sur l'efficacité de la campagne.
8. Donner la p -valeur.

Partie C – Dimensionnement d'un sondage.

9. Pour une estimation de p à $\pm 0,02$ au niveau 95 %, en majorant $p(1 - p)$ par 0,25, quelle taille minimale d'échantillon faut-il ?

Exercice 2 – Volume d'un flacon BTS • Gr.B 2010 (1 h – 7 pts) [Correction]

D'après BTS Groupement B 2010 – contrôle de remplissage.

Une machine remplit des flacons de 100 mL. Le volume X en mL d'un flacon prélevé au hasard suit $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ avec $\sigma = 1,2$ mL. Le réglage nominal est $\mu_0 = 100$ mL.

Partie A – Probabilités sur un flacon.

1. On suppose $\mu = 100$. Calculer $P(X \geq 102)$.
2. Un flacon est conforme si son volume appartient à $[98; 102]$. Calculer $P(\text{conforme})$.
3. Déterminer $h > 0$ tel que $P(|X - \mu| \leq h) = 0,95$.

Partie B – Contrôle de production. Un échantillon de $n = 36$ flacons a pour moyenne $\bar{x} = 100,5$ mL.

- Donner la loi de \bar{X} .
- Tester $H_0 : \mu = 100$ contre $H_1 : \mu \neq 100$ au seuil 5%. Conclure.
- Donner la p -valeur.
- Donner un IC à 95 % de μ .

Partie C – Puissance. On se place au seuil $\alpha = 5\%$ (Partie B).

- Pour $\mu_1 = 100,6$, calculer β et la puissance du test.

Exercice 3 – Comparaison de deux procédés exo maison (45 min – 5 pts) [Correction]

Deux procédés de fabrication A et B sont comparés sur leur durée de cycle (en s).

Procédé	n	\bar{x}	σ
A	60	28,2	1,6
B	80	27,4	1,8

- Tester $\mu_A = \mu_B$ contre $\mu_A \neq \mu_B$ au seuil 5%.
- Donner la p -valeur.
- Donner un IC à 95 % de $\mu_A - \mu_B$.
- Le procédé B est-il significativement plus rapide (test unilatéral)? Conclure.

Corrigé – DS Blanc n°2

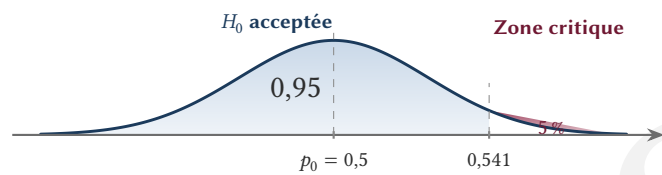
Enquête et contrôle de process

BTS MEC2 – Chapitre 3

Correction 1 – Nouveau produit (8 pts) [Énoncé]

A.

1. $f_1 = 224/400 = 0,56$.
2. $\sigma = \sqrt{0,56 \times 0,44/400} = 0,0248$; IC 95 % : [0,5114 ; 0,6086].
3. $[0,56 \pm 2,576 \times 0,0248] = [0,4962 ; 0,6238]$.
4. Sous $H_0 : p = 0,5 : \sigma_0 = \sqrt{0,25/400} = 0,025$. Seuil $0,5 + 1,645 \times 0,025 = 0,5411$. $0,56 > 0,5411$: rejet. L'affirmation est confirmée.



5. $Z = 0,06/0,025 = 2,4$; $p = 1 - \Phi(2,4) \approx 0,00820$.

B.

6. $f_2 = 305/500 = 0,61$; $\sigma = \sqrt{0,61 \times 0,39/500} = 0,0218$; IC [0,5673 ; 0,6527].
7. $\hat{p} = (224 + 305)/900 = 0,5878$; $\sigma = \sqrt{0,5878 \times 0,4122(\frac{1}{400} + \frac{1}{500})} = 0,03304$. $Z = (0,56 - 0,61)/0,03304 = -1,513$. Seuil $-1,645$; $-1,513 > -1,645$: non-rejet.
8. $p = \Phi(-1,513) \approx 0,0653$.

C.

9. $1,96\sqrt{0,25/n} \leq 0,02$ donne $n \geq (49)^2 \times 0,25 \times 4 = 2401$.

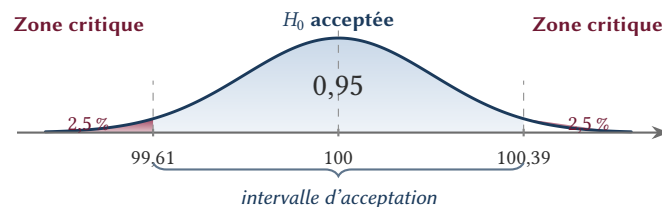
Correction 2 – Flacons (7 pts) [Énoncé]

A.

1. $P(X \geq 102) = P(Z \geq 1,667) \approx 0,0478$.
2. $P(|Z| \leq 1,667) \approx 0,9044$.
3. $h = 1,96 \times 1,2 = 2,352$.

B.

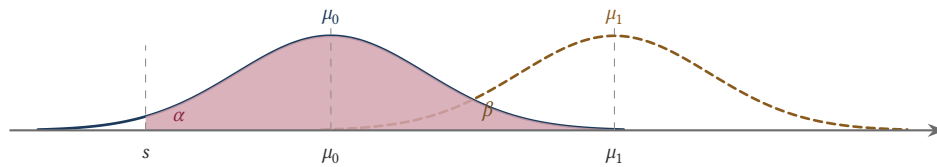
4. $\bar{X} \sim \mathcal{N}(\mu; 0,2)$.
5. Seuil $|\bar{X} - 100| > 1,96 \times 0,2 = 0,392$. $0,5 > 0,392$: rejet.



6. $Z = 2,5$; $p \approx 0,0124$.
7. $[100,5 \pm 1,96 \times 0,2] = [100,108 ; 100,892]$.

C.

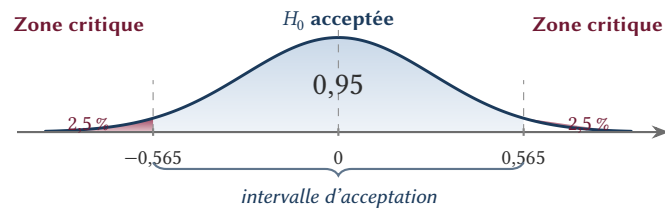
7. Sous $\mu = 100,6 : \bar{X} \sim \mathcal{N}(100,6; 0,2)$. $\beta = P(99,608 \leq \bar{X} \leq 100,392) = P(-4,96 \leq Z \leq -1,04) \approx 0,149$. Puissance $\approx 0,851$: un dérèglement de 0,6 mL est détecté dans $\sim 85\%$ des cas.



Correction 3 – Procédés A/B (5 pts) [Énoncé]

Préliminaire. $\sigma_d = \sqrt{\frac{1,6^2}{60} + \frac{1,8^2}{80}} = \sqrt{0,0427 + 0,0405} = \sqrt{0,0832} \approx 0,288$.

1. Sous $H_0 : \mu_A = \mu_B : \bar{X}_A - \bar{X}_B \sim \mathcal{N}(0; 0,288)$. $Z = (28,2 - 27,4)/0,288 = 2,774$; $|Z| > 1,96$: **rejet**. Les durées de cycle moyennes diffèrent significativement.



2. $p = 2(1 - \Phi(2,774)) \approx 0,00554$. Très inférieure à 5% : rejet très net.
3. IC 95% de $\mu_A - \mu_B$: $0,8 \pm 1,96 \times 0,288 = [0,235; 1,365]$ (en secondes). Entièrement positif : $\mu_A > \mu_B$.
4. Test unilatéral droit $H_1 : \mu_A > \mu_B$ (autrement dit : B plus rapide que A) : $Z = 2,774 > 1,645$: **rejet**. Le procédé B est significativement plus rapide, avec un gain moyen compris entre 0,24 et 1,36 s/cycle. Recommandation : adopter B.