Chapitre 3 — Statistique inférentielle

BTS MEC2 — 2^{e} année • Version professeur

Table des matières

PROGRAMME BO — BTS ÉCONOMIE DE LA CONSTRUCTION

Contenus : Échantillonnage : loi de la moyenne empirique $\overline{X}$ et de la fréquence empirique F d'un grand échantillon. Simulation d'échantillons. Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance (moyenne, proportion). Tests d'hypothèse bilatéral et unilatéral sur une moyenne et une proportion ; p-valeur, erreurs de 1^{re} et 2^{e} espèce, puissance. Comparaison de deux moyennes, de deux fréquences. Lien avec la MSP et les cartes de contrôle.

Démonstrations : Aucune démonstration n'est exigible. Les démonstrations présentées ici (IC d'une moyenne, IC d'une proportion, test bilatéral, protocole p-valeur) sont données à titre de *culture* et pour la cohérence interne du cours.

Capacités : Reconnaître une situation d'échantillonnage et en donner la loi limite. Construire un intervalle de confiance pour une moyenne ou une proportion, interpréter sa signification. Conduire un test d'hypothèse bilatéral ou unilatéral, calculer et interpréter une p-valeur. Comparer deux moyennes ou deux fréquences à partir d'échantillons indépendants. Relier l'inférence statistique aux outils MSP utilisés en entreprise (cartes de contrôle, capabilité).

Tout le cours

Activités

Une chaîne fabrique des rondelles dont le diamètre X suit une loi normale de moyenne $\mu = 5$ mm et d'écart-type $\sigma = 0{,}02$ mm. On prélève un échantillon de taille $n = 25$ et l'on note $\overline{X}$ la moyenne des 25 diamètres.

1. Rappeler la loi de $\overline{X}$.
2. En déduire la probabilité $P(4{,}99 \leq \overline{X} \leq 5{,}01)$.

Correction. $\overline{X} \sim \mathcal{N}\left(\mu\,;\,\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \mathcal{N}(5\,;\,0{,}004)$.
$P(4{,}99 \leq \overline{X} \leq 5{,}01) = P(-2{,}5 \leq Z \leq 2{,}5) \approx 0{,}9876$.

Un sondage effectué sur $n = 400$ électeurs donne une fréquence $f = 0{,}52$ en faveur d'un candidat.

1. Peut-on affirmer que le candidat sera élu ?
2. Proposer un encadrement « raisonnable » de la proportion p inconnue.

Correction. Non : f est une variable aléatoire. On construit un intervalle de confiance à 95 % :
$\left[f \pm 1{,}96\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}}\right] \approx [0{,}471\,;\,0{,}569]$. L'élection n'est pas acquise.

Un fabricant annonce une durée de vie moyenne de 1200 h. Un laboratoire teste $n = 100$ ampoules et obtient $\overline{x} = 1170$ h avec $\sigma = 120$ h.

1. L'écart observé peut-il être dû au hasard ?
2. Comment prendre une décision au seuil 5 % ?

Correction. Sous H_0 : $\mu = 1200$, $\overline{X} \sim \mathcal{N}(1200\,;\,12)$.
Zone de rejet (bilatéral) : $|\overline{x} - 1200| > 1{,}96 \times 12 \approx 23{,}5$.
Observé : $|1170 - 1200| = 30 > 23{,}5 \Rightarrow$ on rejette H_0 au seuil 5 %.

1 Échantillonnage — loi de la moyenne et de la fréquence

Loi de la moyenne empirique $\overline{X}$

Soit X un caractère de moyenne μ et d'écart-type σ sur une population. Pour un échantillon aléatoire simple de taille n suffisamment grande ($n \geq 30$) :

$$\overline{X} \sim \mathcal{N}\left(\mu\,;\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right).$$

Si X suit déjà une loi normale, ce résultat est exact pour tout $n \geq 1$.

Loi de la fréquence empirique F

Si la proportion d'un caractère dans la population est p, la fréquence F observée sur un échantillon de taille n (avec $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$) vérifie :

$$F \sim \mathcal{N}\left(p\,;\,\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right).$$

Ces deux résultats sont des conséquences directes du **théorème central limite** (TCL). L'écart-type $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (resp. $\sqrt{p(1-p)/n}$) mesure la *précision d'échantillonnage*. Il décroît en $1/\sqrt{n}$: diviser l'erreur par 2 impose de multiplier n par 4.

Simulation d'échantillons — visualisation du TCL

On simule $N = 500$ échantillons de taille $n = 30$ d'une population de moyenne μ. Pour chaque échantillon, on calcule la moyenne $\bar{x}$. L'histogramme des 500 valeurs obtenues épouse la courbe de la loi $\mathcal{N}(\mu\,;\,\sigma/\sqrt{n})$.

30

Plus n augmente, plus l'histogramme se *resserre* autour de μ. C'est la version expérimentale de la loi faible des grands nombres : $\overline{X} \to \mu$ en probabilité. Cette simulation (Python, tableur, calculatrice) est la meilleure image de l'inférence statistique : on observe *une* valeur $\bar{x}$, extraite d'une distribution qu'on ne voit jamais entièrement.

On sait que $X \sim \mathcal{N}(10\,;\,0{,}4)$ mm. Pour $n = 16$, donner la loi de $\overline{X}$ puis calculer $P(9{,}8 \leq \overline{X} \leq 10{,}2)$.

Correction. $\overline{X} \sim \mathcal{N}(10\,;\,0{,}1)$. On centre-réduit : $P(-2 \leq Z \leq 2) \approx 0{,}9544$.

2 Estimation — ponctuelle et par intervalle de confiance

Estimation ponctuelle

Soit un échantillon de taille n issu d'une population :

$$\hat{\mu} = \bar{x}, \qquad \hat{p} = f, \qquad \hat{\sigma}^2 = \frac{n}{n-1}\,s^2.$$

$\bar{x}$ estime la moyenne, f estime la proportion, $\frac{n}{n-1}\,s^2$ estime la variance (*correction sans biais* de Bessel ; s^2 est la variance empirique de l'échantillon).

Intervalle de confiance d'une moyenne (n grand)

Au niveau de confiance $1-\alpha$:

$$\mathrm{IC}_{1-\alpha}(\mu) = \left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\,\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}\,;\,\bar{x} + z_{\alpha/2}\,\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}\right].$$

Valeurs usuelles : $z_{0{,}025} = 1{,}96$ (95 %) ; $z_{0{,}005} = 2{,}576$ (99 %).

Sous les hypothèses du TCL, $\overline{X} \sim \mathcal{N}(\mu\,;\,\sigma/\sqrt{n})$ donc la variable centrée réduite $Z = \dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ suit $\mathcal{N}(0,1)$.
Par définition de $z_{\alpha/2}$:

$$P\left(-z_{\alpha/2} \leq \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha.$$

On isole μ (inégalités équivalentes) :

$$P\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha.$$

Appliqué à l'échantillon observé, avec $\hat{\sigma}$ à la place de σ inconnu, on obtient l'IC annoncé.

Intervalle de confiance d'une proportion

$$\mathrm{IC}_{1-\alpha}(p) = \left[f - z_{\alpha/2}\sqrt{\tfrac{f(1-f)}{n}}\ ;\ f + z_{\alpha/2}\sqrt{\tfrac{f(1-f)}{n}}\right].$$

D'après le TCL, $F \sim \mathcal{N}(p\,;\,\sqrt{p(1-p)/n})$. On pose $Z = \dfrac{F-p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \sim \mathcal{N}(0,1)$, d'où

$$P\left(|F-p| \leq z_{\alpha/2}\sqrt{\tfrac{p(1-p)}{n}}\right) = 1-\alpha.$$

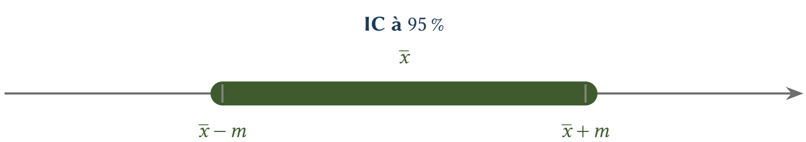
La variance $p(1-p)$ étant inconnue, on la remplace par son estimation $f(1-f)$ (approximation valide pour n grand) : on obtient l'IC d'une proportion.

Sur $n = 100$ pièces, on mesure $\overline{x} = 25{,}3$ g avec $s = 1{,}8$ g. Donner l'IC à 95 % pour μ.

Correction. $\hat{\sigma} = \sqrt{\dfrac{100}{99}} \times 1{,}8 \approx 1{,}809$.
$\mathrm{IC} = \left[25{,}3 \pm 1{,}96 \times \dfrac{1{,}809}{10}\right] = [24{,}95\,;\,25{,}65]$.

Dans un sondage, $n = 500$ personnes et $f = 0{,}42$. Donner l'IC à 95 % pour p.

Correction. $1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}42 \times 0{,}58}{500}} \approx 0{,}0433$.
$\mathrm{IC} = [0{,}3767\,;\,0{,}4633]$.



Un IC à 95 % *ne signifie pas* qu'il y a 95 % de chances que μ soit dans [24,95 ; 25,65]. En toute rigueur, μ est un nombre *fixe* (inconnu), pas une variable aléatoire : soit il est dans l'intervalle, soit il ne l'est pas. La probabilité 0,95 porte sur la *procédure* : si l'on répétait l'expérience un très grand nombre de fois, 95 % des intervalles ainsi construits contiendraient μ. On dit que le niveau de confiance quantifie la *fiabilité de la méthode*, non la position de μ.

Plus n est grand, plus l'intervalle est étroit. Diviser la marge d'erreur $m = z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}$ par 2 impose de multiplier n par 4. D'où la formule de taille minimale $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2}\sigma}{m}\right)^2$.

3 Test d'hypothèse — moyenne

Protocole général d'un test statistique

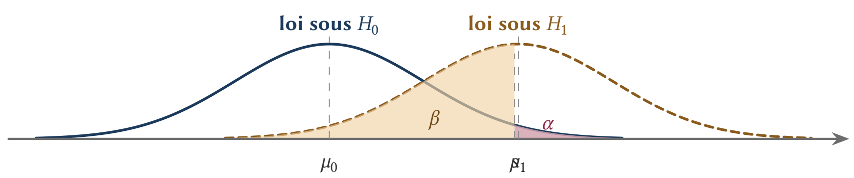
1. **Modélisation.** Identifier la statistique T (ici $\overline{X}$ ou F) et sa loi sous H_0.
2. **Hypothèses.** Poser H_0 (hypothèse nulle) contre H_1 (alternative bilatérale ou unilatérale).
3. **Seuil.** Choisir le *risque de 1re espèce* $\alpha = P(\text{rejeter } H_0 \mid H_0 \text{ vraie})$.
4. **Zone de rejet.** Déterminer W_α tel que $P(T \in W_\alpha \mid H_0) = \alpha$.
5. **Décision.** Calculer la valeur observée t_{obs}, ou bien la **p-valeur** $= P(|T| \geq |t_{\text{obs}}| \mid H_0)$.
6. **Conclusion** en contexte : on rejette H_0 si $t_{\text{obs}} \in W_\alpha$, ou de manière équivalente si p-val $< \alpha$.

Risques d'erreur, p-valeur et puissance

Deux décisions, deux erreurs possibles :

	H_0 **vraie**	H_0 **fausse**
On rejette H_0	erreur α	décision correcte (puissance $1-\beta$)
On ne rejette pas	décision correcte	erreur β

• α : risque de rejeter H_0 à tort (1re espèce) ; c'est le seuil choisi.
• β : risque d'accepter H_0 à tort (2e espèce) ; dépend de la vraie valeur $\mu_1 \neq \mu_0$.
• **Puissance** $\pi(\mu_1) = 1 - \beta(\mu_1)$: probabilité de détecter un écart quand il existe.
• **p-valeur** : plus petit seuil α pour lequel on rejetterait H_0. Plus p est petite, plus les données sont incompatibles avec H_0.



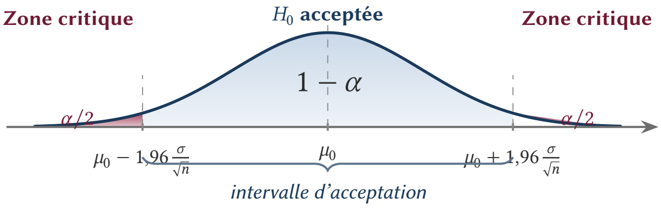
Test bilatéral d'une moyenne

$H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$.

Sous H_0 : $\overline{X} \sim \mathcal{N}\left(\mu_0 \,;\, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Zone d'acceptation : $\left[\mu_0 - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \,;\, \mu_0 + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$.

p-valeur : $p = 2\,P\left(Z \geq \left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\right)$.



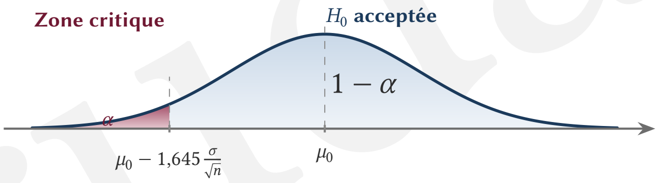
Sous H_0, $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0,1)$. On cherche $W_\alpha = \{|Z| > c\}$ tel que $P(|Z| > c) = \alpha$, soit $c = z_{\alpha/2}$.
La zone de rejet sur $\overline{X}$ se déduit par :

$$|Z| > z_{\alpha/2} \iff \left|\overline{X} - \mu_0\right| > z_{\alpha/2}\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

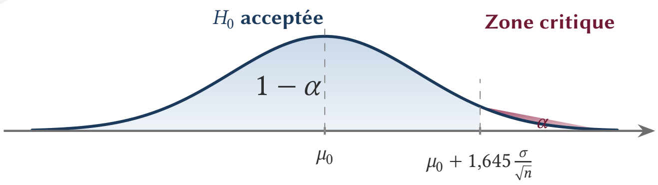
D'où la zone d'acceptation symétrique autour de μ_0. Le complément de α (probabilité d'être dans W_α sous H_0) est réparti à parts égales dans les deux queues.

Test unilatéral d'une moyenne

$H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$ (ou $\mu > \mu_0$).
Zone de rejet unilatérale gauche : $\overline{x} < \mu_0 - z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.
Valeurs usuelles : $z_{0,05} = 1{,}645$; $z_{0,01} = 2{,}326$.



Pour un test unilatéral à droite, la zone critique est $\overline{x} > \mu_0 + z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (tout le risque α dans la queue droite).



Norme : $\mu_0 = 5$ mm, $\sigma = 0{,}02$. Un échantillon de taille $n = 50$ donne $\overline{x} = 5{,}007$. Tester au seuil 5 %.

Correction. $H_0 : \mu = 5$; $H_1 : \mu \neq 5$.
$\overline{X} \sim \mathcal{N}(5\,;\,0{,}02/\sqrt{50}) \approx \mathcal{N}(5\,;\,0{,}00283)$.
Intervalle d'acceptation : $[5 \pm 1{,}96 \times 0{,}00283] = [4{,}9945\,;\,5{,}0055]$.
$5{,}007 \notin$ int. $\Rightarrow$ on rejette H_0 au seuil 5 %.
p-valeur : $z_{\text{obs}} = 0{,}007/0{,}00283 \approx 2{,}47$; $p \approx 2(1 - \Phi(2{,}47)) \approx 0{,}013 < 0{,}05$.

Un fabricant garantit $\mu \geq 1200$ h. Test avec $n = 100$, $\bar{x} = 1170$, $\sigma = 120$ au seuil 5 %.

Correction. $H_0 : \mu = 1200$; $H_1 : \mu < 1200$.
Seuil critique : $1200 - 1{,}645 \times 12 = 1180{,}26$.
$\bar{x} = 1170 < 1180{,}26 \Rightarrow$ on rejette H_0 : la durée de vie est *significativement* inférieure à 1200 h.
p-valeur $= P(Z \leq -30/12) = P(Z \leq -2{,}5) \approx 0{,}006$.

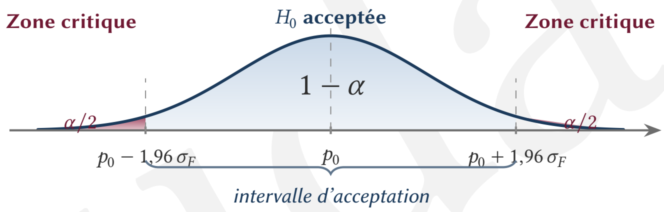
4 Test d'hypothèse — proportion

Test bilatéral de proportion

$H_0 : p = p_0$; $H_1 : p \neq p_0$.

Sous H_0 : $F \sim \mathcal{N}\left(p_0 \,;\, \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}\right)$.

Intervalle d'acceptation : $\left[p_0 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}\right]$.



Un jeu affiche $p_0 = \frac{1}{4}$ de cartes rouges. Sur $n = 200$ tirages, on obtient $f = 0{,}31$. Test au seuil 5 %.

Correction. $\sigma_F = \sqrt{0{,}25 \times 0{,}75/200} \approx 0{,}0306$.
Int. accept. : $[0{,}25 \pm 1{,}96 \times 0{,}0306] = [0{,}190 \,;\, 0{,}310]$.
$f = 0{,}31$ est sur la borne : on ne rejette pas H_0 (mais l'écart est à la limite, p-valeur $\approx 0{,}05$).

Test unilatéral d'une proportion

$H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p > p_0$ (ou $p < p_0$).

Sous H_0, $F \sim \mathcal{N}\left(p_0 \,;\, \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}\right)$.

Zone de rejet à droite ($H_1 : p > p_0$) : $f > p_0 + z_\alpha\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$.

Zone de rejet à gauche ($H_1 : p < p_0$) : $f < p_0 - z_\alpha\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$.

p-valeur : $p = P(Z \geq z_{\text{obs}})$ (resp. $P(Z \leq z_{\text{obs}})$) avec $z_{\text{obs}} = \frac{f-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$.

Un fournisseur garantit un taux de pièces conformes $p_0 \geq 0{,}95$. Sur $n = 100$ pièces livrées, on en trouve 91 conformes ($f = 0{,}91$). Tester au seuil 5 % si la garantie est respectée.

Correction. $H_0 : p = 0{,}95$; $H_1 : p < 0{,}95$ (test unilatéral à gauche).
$\sigma_F = \sqrt{0{,}95 \times 0{,}05/100} \approx 0{,}0218$.
Seuil critique : $0{,}95 - 1{,}645 \times 0{,}0218 \approx 0{,}914$.
$f = 0{,}91 < 0{,}914 \Rightarrow$ on rejette H_0 : la garantie n'est pas significativement tenue au seuil 5 %.
p-val $= P(Z \leq (0{,}91 - 0{,}95)/0{,}0218) = P(Z \leq -1{,}83) \approx 0{,}034 < 0{,}05$.

Lorsque les conditions d'approximation normale ne sont pas remplies ($n < 30$, ou $np_0 < 5$, ou $n(1-p_0) < 5$), on revient à la loi binomiale exacte sous H_0 : $X \sim \mathscr{B}(n, p_0)$.
Test unilatéral à droite ($H_1 : p > p_0$) : on rejette H_0 si la p-valeur $P(X \geq x_{\text{obs}}) \leq \alpha$ (calcul direct par calculatrice : `1-binomCdf(n,p0,xobs-1)`).
Test bilatéral : p$-$*valeur*$= 2\min\big(P(X \leq x_{\text{obs}}),\ P(X \geq x_{\text{obs}})\big)$.
Exemple : sur $n = 15$ pièces, on en trouve 4 défectueuses alors que $p_0 = 0{,}10$.
$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$ avec $X \sim \mathscr{B}(15;\ 0{,}10)$, soit environ 0,055 : on ne rejette pas H_0 au seuil 5 %.

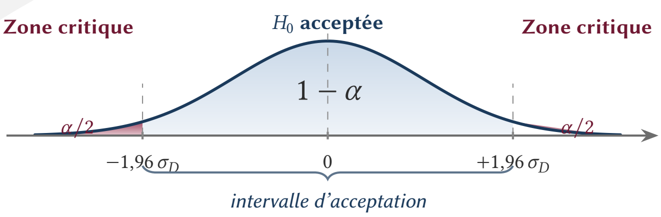
5 Comparaison de deux échantillons

Comparaison de deux moyennes

Soient deux échantillons indépendants, $H_0 : \mu_1 = \mu_2$. Sous H_0 :

$$D = \overline{X}_1 - \overline{X}_2 \sim \mathcal{N}\left(0\,;\ \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right).$$

Zone d'acceptation bilatérale : $|d| \leq z_{\alpha/2}\,\sigma_D$.



Comparaison de deux fréquences

Sous $H_0 : p_1 = p_2 = p$, on estime la proportion commune

$$\hat{p} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2} \qquad \text{puis} \qquad \sigma_D = \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}.$$

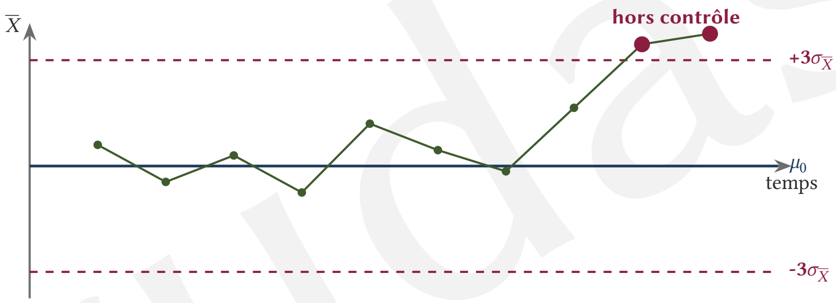
Zone d'acceptation : $|f_1 - f_2| \leq z_{\alpha/2}\,\sigma_D$.

Sacs A : $n_1 = 50$, $\bar{x}_1 = 72{,}8$ g, $\sigma_1 = 3$.
Sacs B : $n_2 = 50$, $\bar{x}_2 = 74{,}2$ g, $\sigma_2 = 3{,}2$.
Différence significative à 5 % ?

Correction. $\sigma_D = \sqrt{9/50 + 10{,}24/50} \approx 0{,}620$.
$z_{\text{obs}} = |72{,}8 - 74{,}2|/0{,}620 \approx 2{,}26 > 1{,}96 \Rightarrow$ différence significative.
p-valeur $= 2(1 - \Phi(2{,}26)) \approx 0{,}024$.

6 Ouverture — Maîtrise statistique des procédés (MSP)

En entreprise, l'inférence statistique sert à *piloter* un procédé de fabrication : c'est la **MSP** (Maîtrise Statistique des Procédés). Une **carte de contrôle** est la mise en œuvre graphique d'un test d'hypothèse répété : on prélève régulièrement un échantillon, on calcule $\overline{X}$ et on le reporte sur un graphique où figurent la cible μ_0 et deux *limites de contrôle* $\mu_0 \pm 3\,\sigma/\sqrt{n}$ (règle des 3σ, soit un risque $\alpha \approx 0{,}27$ %).



La MSP fait le pont avec les enseignements techniques : en **qualité**, on parle de *capabilité* $C_p = \dfrac{\text{IT}}{6\sigma}$ et d'*indice d'aptitude*. En **production**, tout dérèglement (point hors limites, suite de points du même côté) déclenche une intervention sur la machine. Le *vocabulaire* de l'inférence (hypothèse, seuil, rejet, p-valeur, puissance) est ainsi employé quotidiennement dans l'industrie.

7 Bilan — tableau de synthèse

Situation	Statistique	Loi / formule
Moyenne d'un échantillon	$\overline{X}$	$\mathcal{N}(\mu\,;\,\sigma/\sqrt{n})$
Fréquence d'un échantillon	F	$\mathcal{N}(p\,;\,\sqrt{p(1-p)/n})$
IC d'une moyenne	$\bar{x} \pm z_{\alpha/2}\hat{\sigma}/\sqrt{n}$	$z_{0,025} = 1{,}96$
IC d'une proportion	$f \pm z_{\alpha/2}\sqrt{f(1-f)/n}$	$z_{0,025} = 1{,}96$
Test moyenne bilatéral	$\lvert\bar{x} - \mu_0\rvert \leq z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}$	acceptation
Test moyenne unilatéral	$\bar{x} \lessgtr \mu_0 \pm z_\alpha \sigma/\sqrt{n}$	rejet
Test proportion	$\lvert f - p_0\rvert \leq z_{\alpha/2}\sqrt{p_0(1-p_0)/n}$	idem
Comparaison 2 moyennes	$D = \overline{X}_1 - \overline{X}_2$	$\mathcal{N}(0\,;\,\sigma_D)$
p-valeur (bilat.)	$p = 2\,P(Z \geq \lvert z_{\text{obs}}\rvert)$	rejet si $p < \alpha$
Puissance	$1 - \beta = P(\text{rejeter} \mid H_1)$	$\uparrow$ avec n et $\lvert\mu_1 - \mu_0\rvert$

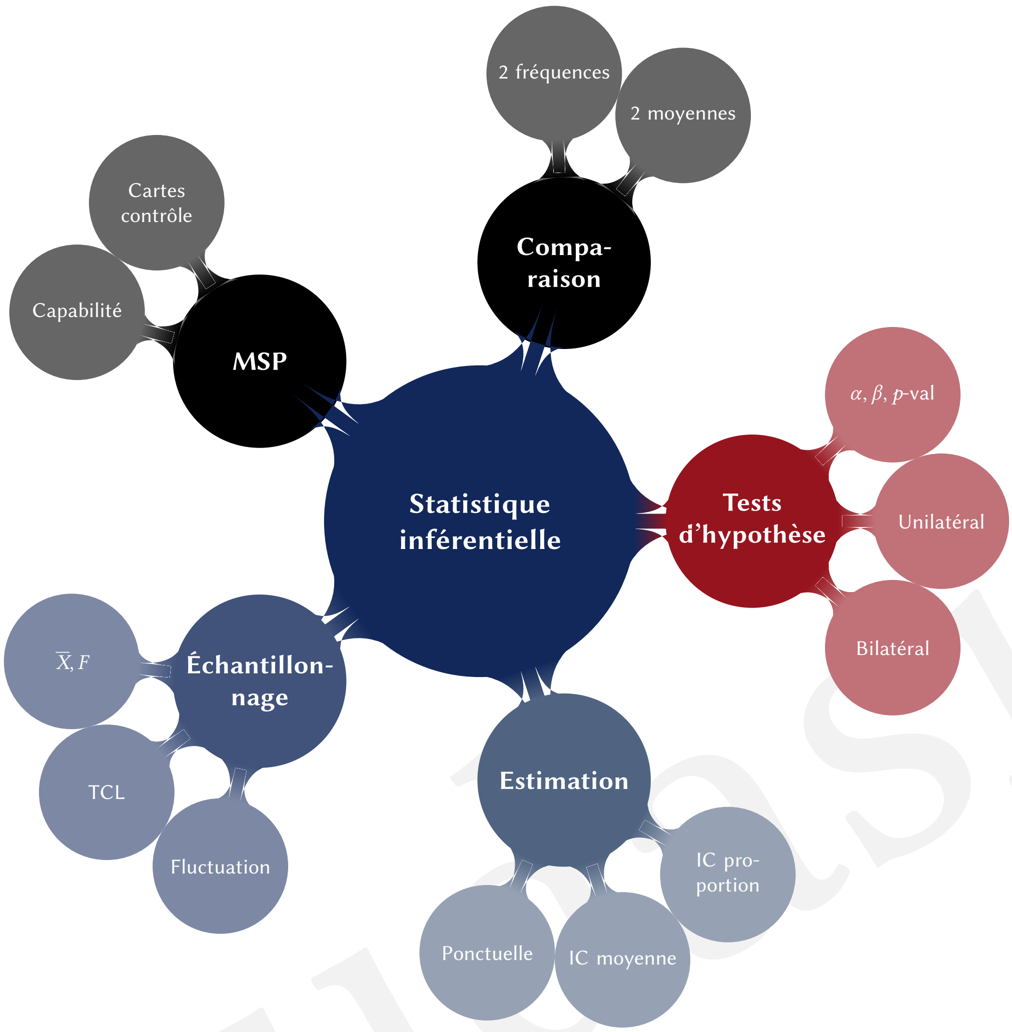
8 Exercice de synthèse

Une usine produit des bouteilles dont le volume X suit $\mathcal{N}(\mu\,;\,2)$ mL. La norme impose $\mu = 500$ mL. Un contrôle sur $n = 64$ bouteilles donne $\bar{x} = 499{,}3$ mL.

1. Donner la loi de $\overline{X}$ sous la norme.
2. Construire un intervalle de confiance de μ à 95 %.
3. Tester $H_0\ :\ \mu = 500$ au seuil 1 % (bilatéral).
4. Calculer la p-valeur et la comparer au seuil.
5. La norme est-elle respectée ?

Correction. 1. $\overline{X} \sim \mathcal{N}(500\,;\,2/8) = \mathcal{N}(500\,;\,0{,}25)$.
2. IC à 95 % : $[499{,}3 \pm 1{,}96 \times 0{,}25] = [498{,}81\,;\,499{,}79]$.
3. Intervalle d'acceptation au seuil 1 % : $[500 \pm 2{,}576 \times 0{,}25] = [499{,}356\,;\,500{,}644]$.
$\bar{x} = 499{,}3 \notin$ int. $\Rightarrow$ on rejette H_0 au seuil 1 %.
4. $z_{\text{obs}} = (499{,}3 - 500)/0{,}25 = -2{,}8$; $p = 2P(Z \geq 2{,}8) \approx 0{,}0051$.
Comme $p < 0{,}01$, on confirme le rejet.
5. La norme n'est pas respectée ; le volume moyen est significativement inférieur à 500 mL. Intervention MSP à prévoir.

Carte mentale — vue d'ensemble


Statistique inférentielle
MSP
Cartes contrôle
Capabilité
Compa-raison
2 fréquences
2 moyennes
Tests d'hypothèse
α, β, p-val
Unilatéral
Bilatéral
Estimation
IC pro-portion
IC moyenne
Ponctuelle
Échantillon-nage
$\overline{X}, F$
TCL
Fluctuation