

## Planche 1 — Normale, exp., Poisson, graphe

BTS MEC2 — Chapitre 2

Entraînement • 10 exercices

Capacités de base : loi normale, exponentielle, Poisson, graphe probabiliste. Corrections en fin de document.

### Exercice Normale : lecture — q1e1 [Correction]

$X \sim \mathcal{N}(50; 5)$ . Calculer  $P(X \leq 55)$ ,  $P(X \geq 60)$ ,  $P(45 \leq X \leq 55)$ .

### Exercice Tolérance dalle — q1e2 [Correction]

$L \sim \mathcal{N}(200; 0,5)$  cm. Acceptée si  $199 \leq L \leq 201$ .

1. Probabilité de conformité.
2. Sur 1000 dalles, combien rejetées ?

### Exercice Quantile normal — q1e3 [Correction]

$X \sim \mathcal{N}(100; 8)$ . Déterminer  $a$  tel que  $P(X \leq a) = 0,90$ .

### Exercice Approx. norm. bin. — q1e4 [Correction]

$X \sim \mathcal{B}(80; 0,3)$ .

1. Vérifier conditions, donner paramètres.
2.  $P(X \leq 20)$  avec correction de continuité.

### Exercice Somme normales — q1e5 [Correction]

Duplex :  $H_1 \sim \mathcal{N}(2,50; 0,02)$ ,  $H_2 \sim \mathcal{N}(2,40; 0,015)$ , indép.

1. Loi de  $H = H_1 + H_2$ .
2.  $P(H \geq 5)$ .

### Exercice Exponentielle : bétonnière — q1e6 [Correction]

$T \sim \mathcal{E}(5 \times 10^{-4})$  (h).

1. MTBF,  $\sigma(T)$ .
2.  $P(T \geq 1000)$ ,  $P(T \leq 500)$ ,  $P(500 \leq T \leq 2000)$ .
3.  $P_{T \geq 1500}(T \geq 2000)$ .

### Exercice Quantile exp. — q1e7 [Correction]

$T \sim \mathcal{E}(0,002)$ . Déterminer  $t_0$  tel que  $P(T \leq t_0) = 0,95$ .

### Exercice Poisson incidents — q1e8 [Correction]

$Z \sim \mathcal{P}(3)$ .

1.  $P(Z = 0)$ ,  $P(Z = 3)$ ,  $P(Z \leq 2)$ ,  $P(Z \geq 5)$ .
2.  $E(Z)$ ,  $\sigma(Z)$ .

### Exercice Approx. Poisson — q1e9 [Correction]

$X \sim \mathcal{B}(200; 0,02)$ .

1. Conditions,  $\lambda$ .
2.  $P(X = 0)$ ,  $P(X \leq 4)$ ,  $P(X \geq 6)$ .

### Exercice Graphe : machine — q1e10 [Correction]

États  $S$  (service) /  $M$  (maintenance).  $P(S \rightarrow M) = 0,1$ ;  $P(M \rightarrow S) = 0,4$ .

1. Matrice  $M$ .
2. Lundi en  $S$  :  $P$  en  $S$  mercredi ?
3. Distribution stationnaire.

## Corrections — Planche 1

### Correction Normale : lecture — q1e1 [ Énoncé ]

$P(X \leq 55) \approx 0,841$ ;  $P(X \geq 60) \approx 0,023$ ;  $P(45 \leq X \leq 55) \approx 0,683$ .

### Correction Tolérance dalle — q1e2 [ Énoncé ]

- $P(199 \leq L \leq 201) = P(|Z| \leq 2) \approx 0,954$ .
- $1000 \times 0,046 \approx 46$  rejetées.

### Correction Quantile normal — q1e3 [ Énoncé ]

$a \approx 110,3$  (InvNormale(0,9; 100; 8)).

### Correction Approx. norm. bin. — q1e4 [ Énoncé ]

- $n \geq 30$ ,  $np = 24$ ,  $n(1 - p) = 56$  OK.  $X \approx \mathcal{N}(24; 4,099)$ .

- $P(X \leq 20) \approx P(Y \leq 20,5) \approx 0,191$ .

### Correction Somme normales — q1e5 [ Énoncé ]

- $H \sim \mathcal{N}(4,90; 0,025)$ .
- $P(H \geq 5) = P(Z \geq 4) \approx 3,2 \times 10^{-5}$ .

### Correction Exponentielle : bétonnière — q1e6 [ Énoncé ]

- MTBF = 2000 h;  $\sigma(T) = 2000$  h.
- $e^{-0,5} \approx 0,607$ ;  $1 - e^{-0,25} \approx 0,221$ ;  $0,779 - 0,368 = 0,411$ .
- Absence de mémoire :  $e^{-0,25} \approx 0,779$ .

### Correction Quantile exp. — q1e7 [ Énoncé ]

$t_0 = -\ln 0,05/0,002 \approx 1498$  h.

### Correction Poisson incidents — q1e8 [ Énoncé ]

- $e^{-3} \approx 0,050$ ;  $\approx 0,224$ ;  $\approx 0,423$ ;  $\approx 0,185$ .
- $E(Z) = 3$ ;  $\sigma(Z) = \sqrt{3} \approx 1,732$ .

### Correction Approx. Poisson — q1e9 [ Énoncé ]

- $n \geq 30$ ,  $p \leq 0,1$ ,  $np = 4$ .  $\lambda = 4$ .
- $e^{-4} \approx 0,018$ ;  $P(Z \leq 4) \approx 0,629$ ;  $P(Z \geq 6) \approx 0,215$ .

### Correction Graphe : machine — q1e10 [ Énoncé ]

- $M = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$ .
- $X_2 = (0,85; 0,15)$ .  $P(\text{service merc.}) = 0,85$ .
- $0,5x = 0,4$ ;  $x = 0,8$ . 80 % en service, 20 % en maintenance.