

Planche 1 – Conditionnement, binomiale, uniforme

BTS MEC2 – Chapitre 1

Capacités de base • 12 exercices

Arbre, tableau, indépendance, Bernoulli-binomiale, loi uniforme. Corrections en fin de document.

Exercice Union / complémentaire – p1e1 [Correction]

Dans un lot de 300 éléments de charpente, 24 ont un défaut A , 18 un défaut B , 6 les deux. On prélève au hasard.

- Calculer $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$.
- Calculer $P(A \cup B)$ et $P(\overline{A \cup B})$.
- D : « exactement un défaut ». Calculer $P(D)$.

Exercice Arbre : 2 ateliers – p1e2 [Correction]

Bureau d'études : atelier X traite 65 %, atelier Y le reste. Plan avec erreur : 3 % pour X , 7 % pour Y .

- Arbre pondéré.
- Probabilité qu'un plan soit erroné ?
- Un plan est erroné : probabilité qu'il vienne de Y ?

Exercice Tableau double entrée – p1e3 [Correction]

200 chantiers répartis selon taille (Petit/Grand) et délai respecté (Oui/Non) :

| | Oui | Non | Tot. |
|------|-----|-----|------|
| P | 96 | 24 | 120 |
| G | 56 | 24 | 80 |
| Tot. | 152 | 48 | 200 |

- $P(\text{délai})$, $P(\text{petit})$.
- $P_{\text{petit}}(\text{délai})$. Indépendance ?

Exercice Indépendance (2 machines) – p1e4 [Correction]

Machine M_1 : panne 0,05 ; machine M_2 : panne 0,08 (indépendantes).

- Probabilité que les deux fonctionnent ?
- Probabilité qu'au moins une tombe en panne ?

Exercice Bernoulli – p1e5 [Correction]

Soit X de Bernoulli $p = 0,4$.

- Donner $P(X = 0)$, $P(X = 1)$.
- Calculer $E(X)$, $V(X)$.

Exercice Reconnaître $\mathcal{B}(n, p)$ – p1e6 [Correction]

Pour chaque situation, dire si elle est binomiale (justifier) :

- 50 pièces tirées *sans remise* dans un lot de 60.
- 20 lancers d'une pièce équilibrée.
- 12 clients : $X = \text{âge moyen}$.
- 30 dalles tirées avec remise (conformité oui/non).

Exercice Calculs $\mathcal{B}(10; 0,3)$ – p1e7 [Correction]

$X \sim \mathcal{B}(10; 0,3)$.

- $P(X = 3)$ à 10^{-4} près.
- $P(X \leq 2)$, $P(X \geq 4)$.
- $E(X)$, $V(X)$.

Exercice Pièces (GrB 2001) – p1e8 [Correction]

Stock important, $P(\text{conforme}) = 0,9$. On prélève $n = 10$ pièces.

- Justifier $X \sim \mathcal{B}(10; 0,9)$.

- $P(X = 10)$, $P(X \geq 8)$.
- $E(X)$, $V(X)$.

Exercice Chantiers (GrB 2002) – p1e9 [Correction]

15 chantiers indépendants, délai respecté : $p = 0,8$.

- Justifier $Y \sim \mathcal{B}(15; 0,8)$, donner $E(Y)$.
- $P(Y = 15)$, $P(Y \geq 13)$.
- $P(Y \leq 10)$.

Exercice Rondelles (GrB 2005) – p1e10 [Correction]

$P(\text{défectueuse}) = 0,02$. $n = 20$ rondelles avec remise.

- Justifier $Z \sim \mathcal{B}(20; 0,02)$.
- $P(Z = 0)$.
- $P(Z \leq 1)$.

Exercice Loi uniforme : délai – p1e11 [Correction]

Délai (j) de livraison béton uniforme sur $[2; 6]$.

- Densité f . Tracer.
- $E(D)$, $V(D)$.
- $P(D \leq 3)$, $P(D \geq 5)$, $P(3 \leq D \leq 5)$.

Exercice Synthèse – p1e12 [Correction]

60 % des dalles viennent de A (conforme 95 %), 40 % de B (conforme 88 %). On prélève $n = 25$ dalles.

- $P(\text{conforme})$.
- $Y \sim \mathcal{B}(25; P(\text{conf.}))$. Donner $E(Y)$, $P(Y \geq 23)$.

Corrections – Planche 1

Correction Union / complémentaire – p1e1 [Énoncé]

- $P(A) = 0,08$; $P(B) = 0,06$; $P(A \cap B) = 0,02$.
- $P(A \cup B) = 0,12$; complémentaire 0,88.
- $P(D) = 0,12 - 0,02 = 0,10$.

Correction Arbre : 2 ateliers – p1e2 [Énoncé]

- $P(E) = 0,65 \times 0,03 + 0,35 \times 0,07 = 0,0195 + 0,0245 = 0,044$.
- $P_E(Y) = 0,0245/0,044 \approx 0,557$.

Correction Tableau double entrée – p1e3 [Énoncé]

- $P(\text{délai}) = 152/200 = 0,76$; $P(\text{petit}) = 0,6$.
- $P_p(D) = 96/120 = 0,8 \neq 0,76$: non indépendant.

Correction Indépendance (2 machines) – p1e4 [Énoncé]

- $0,95 \times 0,92 = 0,874$.
- $1 - 0,874 = 0,126$.

Correction Bernoulli – p1e5 [Énoncé]

- $P(X = 0) = 0,6$; $P(X = 1) = 0,4$.
- $E(X) = 0,4$; $V(X) = 0,4 \times 0,6 = 0,24$.

Correction Reconnaître $\mathcal{B}(n, p)$ – p1e6 [Énoncé]

- Non (sans remise : non indépendant si n/N trop grand).
- Oui, $\mathcal{B}(20; 0,5)$.
- Non : X n'est pas à 2 issues.
- Oui, $\mathcal{B}(30; p)$.

Correction Calculs $\mathcal{B}(10; 0,3)$ – p1e7 [Énoncé]

- $P(X = 3) = 120 \times 0,027 \times 0,08235 \approx 0,2668$.
- $P(X \leq 2) \approx 0,3828$; $P(X \geq 4) \approx 0,3504$.
- $E(X) = 3$; $V(X) = 2,1$.

Correction Pièces (GrB 2001) – p1e8 [Énoncé]

- Bernoulli : 10 épreuves identiques, indépendantes, issue binaire, $p = 0,9$.
- $P(X = 10) = 0,9^{10} \approx 0,3487$.
- $P(X \geq 8) \approx 0,1937 + 0,3874 + 0,3487 \approx 0,930$.
- $E(X) = 9$; $V(X) = 0,9$.

Correction Chantiers (GrB 2002) – p1e9 [Énoncé]

- $Y \sim \mathcal{B}(15; 0,8)$; $E(Y) = 12$.
- $P(Y = 15) = 0,8^{15} \approx 0,0352$; $P(Y \geq 13) \approx 0,3980$.
- $P(Y \leq 10) \approx 0,1642$.

Correction Rondelles (GrB 2005) – p1e10 [Énoncé]

- $\mathcal{B}(20; 0,02)$.
- $P(Z = 0) = 0,98^{20} \approx 0,6676$.
- $P(Z \leq 1) \approx 0,9401$.

Correction Loi uniforme : délai – p1e11 [Énoncé]

- $f(t) = 1/4$ sur $[2; 6]$.
- $E(D) = 4$ j; $V(D) = 16/12 \approx 1,333$.
- $P(D \leq 3) = 1/4$; $P(D \geq 5) = 1/4$; $P(3 \leq D \leq 5) = 1/2$.

Correction Synthèse – p1e12 [Énoncé]

- $P(\text{conf.}) = 0,6 \times 0,95 + 0,4 \times 0,88 = 0,922$.
- $E(Y) = 25 \times 0,922 = 23,05$; $P(Y \geq 23) \approx 0,604$.